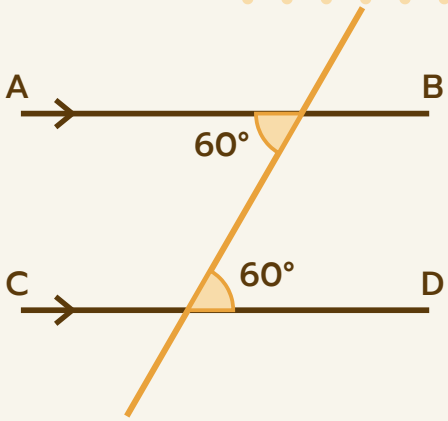
ONE BY ONE
STEP BY STEP

เส้นขนาน

ม.2

10 บทเรียน · ฉบับนักเรียน

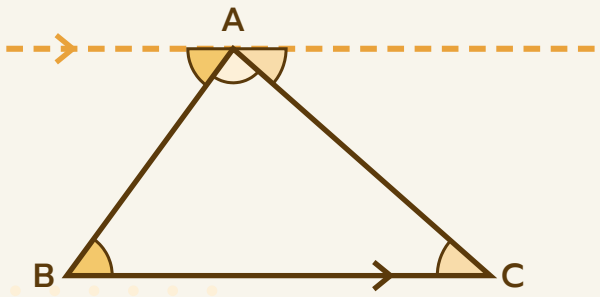


AB // CD · มุมแย้งเท่ากัน









มุมภายในของรูปสามเหลี่ยมรวมกัน 180°

ชื่อ _____ นามสกุล _____

ชั้น ม.2/ _____ เลขที่ _____

สารบัญ

บทที่ 1 เส้นขนานและมุม

01 เส้นตัดและชื่อของมุม	4
02 มุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด	6
03 มุมแย้ง	8
04 มุมภายนอกและมุมภายในที่อยู่ตรงข้าม	10
แบบทดสอบทบทวน บทที่ 1	12

บทที่ 2 หาขนาดของมุม

05 หาขนาดของมุมจากเส้นขนาน	14
06 ลากเส้นช่วย	16
แบบทดสอบทบทวน บทที่ 2	18

บทที่ 3 รูปสามเหลี่ยม

07 ผลบวกของมุมภายในรูปสามเหลี่ยม	20
08 มุมภายนอกของรูปสามเหลี่ยม	22
09 มุม-มุม-ด้าน (ม.ม.ด.)	24
10 โจทย์รวม	26
แบบทดสอบทบทวน บทที่ 3	28

เฉลยแบบฝึกหัดเบื้องต้น 30

บันทึกความก้าวหน้าของฉัน 32

ใช้เล่มนี้อย่างไร

ทุกบทเรียนมี 2 หน้า วางโครงเหมือนกันทุกบท เรียนทีละเรื่อง ทีละขั้น

1 หน้าซ้าย · เรียนรู้ผ่านโจทย์
อ่านโจทย์ข้อ 1 และ 2 ดูรูปเส้นขนานกับเส้นตัด (มุมทุกมุมวาดตามขนาดจริง วัดด้วยไม้โปรแทรกเตอร์ได้) แล้วเติมคำตอบลงในช่องทีละขั้น เพื่อค้นพบวิธีคิดด้วยตัวเอง

2 ก้าวขั้นอีกขั้น
กล่องสีเทาท้ายหน้า บอกเหตุผลเบื้องหลัง ทางลัด หรือเรื่องที่ต่อยอดได้

3 หน้าขวา · สรุป + ฝึก
อ่านแถบสรุปด้านบน ทำแบบฝึกหัดเบื้องต้นเรียงจากง่ายไปยาก แล้วตรวจกับเฉลยโจทย์หน้าซ้ายและเฉลยท้ายเล่ม

4 แบบทดสอบทบทวน
ท้ายแต่ละบท มีคะแนนกำกับทุกข้อ ลองทำโดยไม่เปิดดูบทเรียน แล้วรวมคะแนน

สัญลักษณ์ที่ใช้ในเล่ม

$AB \parallel CD$	เส้นตรง AB ขนานกับเส้นตรง CD · ในรูปใช้หัวลูกศร > (และ >> สำหรับคู่ที่สอง) บนเส้นที่ขนานกัน
$\triangle ABC \cong \triangle DEF$	รูปสามเหลี่ยม ABC เท่ากันทุกประการกับรูปสามเหลี่ยม DEF
- - - -	เส้นช่วย (เส้นประสีส้ม) · มุมสีเดียวกันในรูปมีขนาดเท่ากัน
$\hat{ABC}$ · $\hat{1}$	มุม ABC (หมวกอยู่บนจุดยอด B) · มุม 1 คือมุมที่เขียนเลข 1 ในรูป
ม.ม.ด.	เงื่อนไขมุม-มุม-ด้าน (บทเรียน 09) · เงื่อนไขอื่นจากเล่มความเท่ากันทุกประการ

ทบทวนก่อนเริ่ม

- มุมบนเส้นตรงรวมกัน 180° (มุมตรง)
- มุมตรงข้ามมุมยอดมีขนาดเท่ากัน
- แก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว (เล่มสมการ ม.1)
- เงื่อนไข ด.ม.ด., ม.ด.ม., ด.ด.ด., ฉ.ด.ด. (เล่มความเท่ากันทุกประการ)



เล่มนี้ไม่ต้องรีบ ทำทีละบทเรียน ถ้าติดตรงไหน ย้อนไปดูโจทย์ข้อ 1–2 ของบทเรียนนั้นอีกรอบ

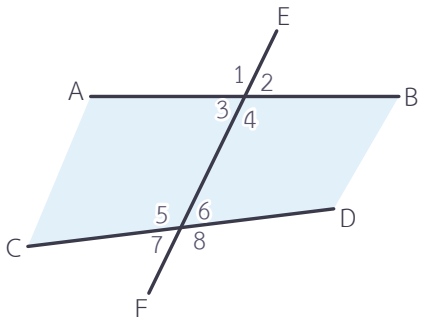
01 เส้นตัดและชื่อของมุม

ต่อจากเล่มการสร้าง ม.1 บทเรียน 09 ที่สร้างเส้นขนานด้วยมุมแย้ง · บทนี้ตั้งชื่อมุมทั้ง 8 มุมที่เกิดเมื่อเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงสองเส้น

โจทย์ข้อ 1 เส้นตัดสร้างมุม 8 มุม

1. เส้นตรง EF ตัดเส้นตรง AB และ CD เรียกว่า เส้นตัด เกิดมุมที่จุดตัดบน AB [ ] มุม และบน CD [ ] มุม
2. มุมที่อยู่**ในแถบสีฟ้า** (ระหว่างเส้นตรง AB กับ CD) เรียกว่า มุมภายใน ได้แก่ มุม [ ], [ ], [ ] และ [ ]
3. มุมที่อยู่นอกแถบ เรียกว่า มุมภายนอก ได้แก่ มุม 1, 2, [ ] และ [ ]
4. มุมภายในที่อยู่**คนละข้าง**ของเส้นตัด และไม่มีจุดยอดร่วมกัน เรียกว่า มุมแย้ง มี 2 คู่: มุม 3 กับมุม [ ] และมุม 4 กับมุม [ ]

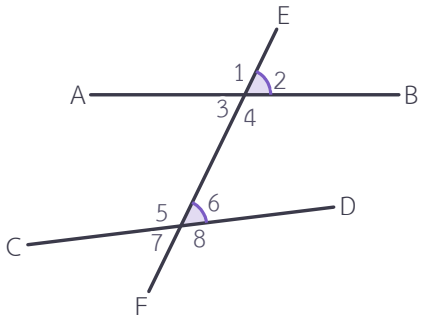
แถบสีฟ้า = ระหว่าง AB กับ CD



โจทย์ข้อ 2 มุมคู่อื่น ๆ ที่มีชื่อ

1. มุมภายในที่อยู่**บนข้างเดียวกัน**ของเส้นตัด: ทางซ้าย มุม 3 กับมุม [ ] · ทางขวา มุม 4 กับมุม [ ]
2. มุมสีม่วง มุม 2 (มุมภายนอก) กับมุม 6 (มุมภายใน) อยู่ทางขวาของเส้นตัดทั้งคู่ และหันไปทางเดียวกัน เรียกว่า มุมภายนอกและมุมภายในที่อยู่ตรงข้ามบนข้างเดียวกันของเส้นตัด
3. คู่แบบเดียวกันอีกสามคู่: มุม 1 กับมุม [ ] · มุม 3 กับมุม [ ] · มุม 4 กับมุม [ ]
4. มุม 1 กับมุม 4 เป็นมุม [ ] ซึ่งมีขนาดเท่ากัน (เล่มการสร้าง ม.1)

ตัวอย่าง: มุม 2 คู่กับมุม 6



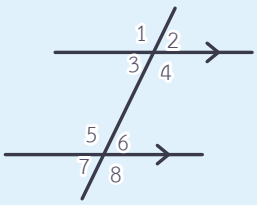
ก้าวขึ้นอีกขั้น

ทบทวนก่อนไปต่อ

มุม 1 กับมุม 2 ต่อกันบนเส้นตรง AB จึงรวมกัน [ ]° · มุม 1 กับมุม 4 เป็นมุมตรงข้ามมุมยอด มีขนาด [ ] · **เส้นขนาน** คือเส้นตรงสองเส้นที่ไม่ตัดกันและห่างกันเท่ากันทุกที่ เขียน AB // CD ในรูปใช้หัวลูกศร > แบบเดียวกันบนเส้นทั้งสอง

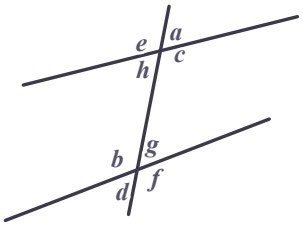


มุมภายใน 3, 4, 5, 6 · **มุมภายนอก** 1, 2, 7, 8 · **มุมแย้ง** (3, 6), (4, 5) · **มุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด** (3, 5), (4, 6) · **มุมภายนอกและมุมภายในที่อยู่ตรงข้ามบนข้างเดียวกันของเส้นตัด** (1, 5), (2, 6), (3, 7), (4, 8) · ชื่อเหล่านี้ใช้ได้แม้เส้นตรงทั้งสองไม่ขนานกัน



แบบฝึกหัดเบื้องต้น

➜ เฉลยท้ายเล่ม หน้า 30



ใช้รูปข้างขวาตอบทุกข้อ · มุมในรูปเขียนด้วยตัวอักษร

(1) มุมภายในทั้งสี่มุมคือ _____

(2) มุมแย้งของมุม h คือมุม _____ · มุมแย้งของมุม c คือมุม _____

(3) มุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด: มุม h คู่กับมุม _____ และมุม c คู่กับมุม _____

(4) มุมภายนอกและมุมภายในที่อยู่ตรงข้ามบนข้างเดียวกันของเส้นตัด: มุม e คู่กับมุม _____ · มุม a คู่กับมุม _____ · มุม d คู่กับมุม _____

(5) ในรูปนี้ มุม $h = 65°$ แต่มุม $g = 58°$ ทั้งที่เป็นมุมแย้ง เป็นไปได้ไหม เพราะอะไร

(6) ภูผาบอกว่ามุม a กับมุม d เป็นมุมแย้ง ถูกหรือไม่ เพราะอะไร

เฉลยโจทย์หน้าซ้าย
โจทย์ข้อ 1 4 , 4 , 3 , 4 , 5 , 6 , 7 , 8 , 6 , 5 โจทย์ข้อ 2 5 , 6 , 5 , 7 , 8 , ตรงข้ามมุมยอด

ชื่อยาว แต่มีหลักจำ

ภายใน/ภายนอก บอกว่ามุมอยู่ระหว่างเส้นตรงสองเส้นหรือไม่ · **ข้างเดียวกัน/คนละข้าง** บอกว่าอยู่ฝั่งเดียวกันของเส้นตัดหรือไม่ · ชื่อมุมใช้ได้กับเส้นตรงทุกคู่ แต่สมบัติเรื่องขนาดของมุมใช้ได้เมื่อเส้นตรงขนานกันเท่านั้น (เริ่มบทเรียน 02)



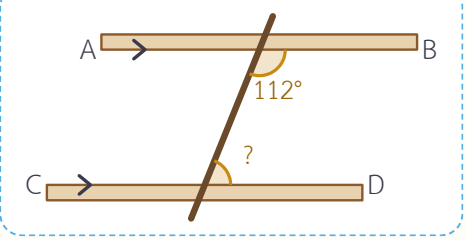
02 มุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด

บทเรียน 01 ตั้งชื่อมุมไว้แล้ว บทนี้ดูว่า เมื่อเส้นตรงสองเส้น**ขนานกัน** มุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดมีขนาดสัมพันธ์กันอย่างไร

โจทย์ข้อ 1 ชั้นวางหนังสือสองชั้นขนานกัน

1. ชั้นบน AB ขนานกับชั้นล่าง CD ขาค้ำเป็น ☐
2. มุมสีเหลืองสองมุมอยู่ระหว่างชั้นทั้งสอง และอยู่ทางขวาของขาค้ำทั้งคู่ จึงเป็นมุมภายในที่อยู่บน ☐ ของเส้นตัด
3. วัดมุมล่างด้วยไม้โปรแทรกเตอร์ได้ ☐° รวมกับมุมบน 112° ได้ ☐°
4. ต้นกล้าเปลี่ยนขาค้ำ วัดมุมบนได้ 125° มุมล่างได้ 55° รวมกันได้ ☐° อีก

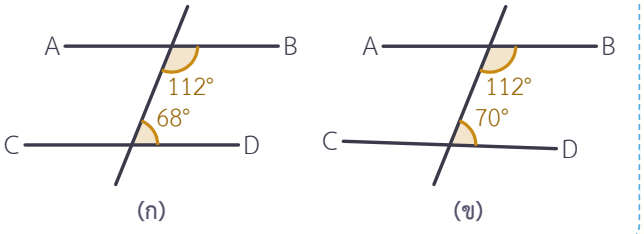
วัดมุมด้วยไม้โปรแทรกเตอร์ได้



โจทย์ข้อ 2 บทกลับ: รวม 180° แล้วขนานไหม

1. รูป (ก) มุมภายในบนข้างเดียวกัน 112° + 68° = ☐°
2. รูป (ข) มุมภายในบนข้างเดียวกัน 112° + 70° = ☐°
3. บทกลับ: ถ้ารวมกัน 180° แล้วเส้นตรงทั้งสองขนานกัน · รูป (ก) AB ☐ กับ CD · รูป (ข) AB ☐ กับ CD
4. รูป (ข) มุมภายในทางซ้ายรวมกัน ☐° น้อยกว่า 180° ถ้าต่อเส้นไปทางซ้ายไกล ๆ AB กับ CD จะ ☐

ดูด้วยตาแยกไม่ออก ต้องดูมุม



ก้าวขึ้นอีกขั้น

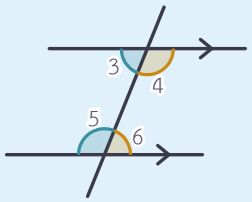
ตรวจราวบันได

ช่างติดราวบันไดสองเส้น เสาตั้งเป็นเส้นตัด วัดมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันได้ 131° และ 49° ราวทั้งสอง ☐ กัน · ถ้าวัดได้ 131° และ 51° ราวทั้งสอง ☐ กัน ต้องปรับก่อนติดตั้ง



สมบัติ ถ้าเส้นตรงสองเส้นขนานกันและมีเส้นตัด แล้ว**มุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด**รวมกันเท่ากับ 180° ($\hat{3} + \hat{5} = 180°$ และ $\hat{4} + \hat{6} = 180°$)

บทกลับ ถ้ามุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันเท่ากับ 180° แล้วเส้นตรงสองเส้นนั้นขนานกัน

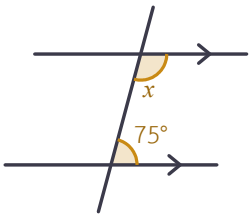


แบบฝึกหัดเบื้องต้น

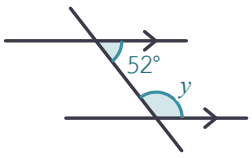
เฉลยท้ายเล่ม หน้า 30

เติมคำตอบในช่อง ข้อที่มีเส้นบรรทัดให้แสดงวิธีทำ (ขนาดของมุมมีหน่วยเป็นองศา)

(1) AB // CD ในรูป มุม x = ☐°



(2) เส้นตรงสองเส้นในรูปขนานกัน มุม y = ☐°

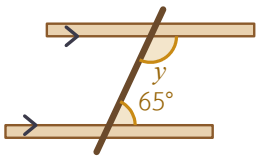


(3) มุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดของเส้นขนานมุมหนึ่งมีขนาด 96.5° อีกมุมหนึ่งมีขนาด ☐°

(4) มุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดเป็น 117° กับ 63° เส้นตรงทั้งสอง ☐ กัน · เป็น 98° กับ 84° เส้นตรงทั้งสอง ☐ กัน

(5) AB // CD มุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดคู่หนึ่ง มุมหนึ่งใหญ่กว่าอีกมุม 40° จงหาขนาดของมุมทั้งสอง

(6) ชั้นล่างทำมุม 65° กับขาค้ำ ชั้นบนต้องทำมุม y เท่าไร ชั้นทั้งสองจึงขนานกัน



(7) ถ้า AB // CD และ $\hat{3} + \hat{5} = 180°$ จงแสดงว่า $\hat{4} + \hat{6} = 180°$ ด้วย (ใช้มุมบนเส้นตรง)

เฉลยโจทย์หน้าซ้าย

โจทย์ข้อ 1 เส้นตัด , ข้างเดียวกัน , 68 , 180 , 180 โจทย์ข้อ 2 180 , 182 , ขนาน , ไม่ขนาน , 178 , ตัดกัน

ระวัง! รวม 180° ใช้กับ**มุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด**เท่านั้น และเส้นตรงต้องขนานกัน · มุมแย้งไม่ได้รวมกัน 180° (บทเรียนหน้าจะเห็นว่ามุมแย้งเท่ากัน)



03 มุมแย้ง

ใช้สมบัติของบทเรียน 02 กับมุมบนเส้นตรง หาว่ามุมแย้งของเส้นขนานสัมพันธ์กันอย่างไร แล้วตอบคำถามจากเล่ม ม.1 ว่าทำไมสร้างมุมแย้งเท่ากันจึงได้เส้นขนาน

โจทย์ข้อ 1 ถ้าขนาน มุมแย้งเป็นอย่างไร

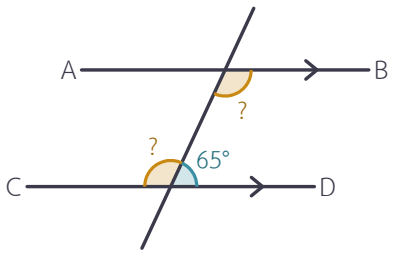
1 AB // CD มุม 4 กับมุม 6 เป็นมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด จึงได้ มุม 4 = 180° − 65° = ☐°

2 มุม 5 กับมุม 6 ต่อกันบนเส้นตรง CD จึงได้ มุม 5 = 180° − 65° = ☐°

3 มุม 4 กับมุม 5 เป็นมุม ☐ และมีขนาด ☐

4 ไม่ว่ามุม 6 จะมีขนาดเท่าไร มุม 4 และมุม 5 ต่างเท่ากับ 180° − มุม ☐ เสมอ จึงเท่ากันทุกครั้ง

มุม 4 และมุม 5 สีเดียวกัน



โจทย์ข้อ 2 บทกลับ: มุมแย้งเท่ากัน แล้วขนาน

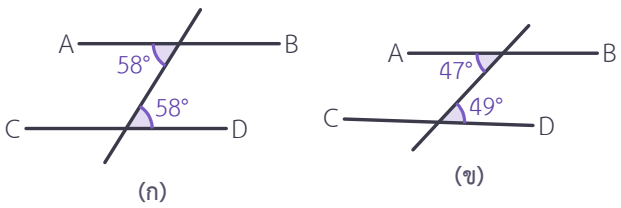
1 รูป (ก) มุมแย้ง มุม 3 = มุม 6 = 58° จะได้ มุม 5 = 180° − 58° = ☐° (มุมบนเส้นตรง)

2 มุม 3 + มุม 5 = ☐° จากบทกลับในบทเรียน 02 จึงได้ AB ☐ กับ CD

3 นี่คือเหตุผลที่การสร้างเส้นขนานใน ม.1 (สร้างมุมแย้งให้เท่ากัน) ได้เส้นขนานจริง

4 รูป (ข) มุมแย้ง 47° กับ 49° ไม่เท่ากัน AB ☐ กับ CD

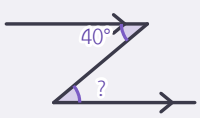
มุมแย้งเท่ากันหรือไม่



ก้าวขึ้นอีกขั้น

ตัวช่วยจำ: รูปตัว Z

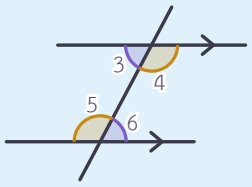
มุมแย้งอยู่ในมุมทั้งสองของ**รูปตัว** Z (หรือตัว Z กลับด้าน) · ในรูป ถ้ามุมบนเป็น 40° มุมล่างเป็น ☐° · รูปตัว Z ใช้ช่วยจำเท่านั้น เวลาเขียนเหตุผลให้ใช้ชื่อ “มุมแย้ง”





สมบัติ ถ้าเส้นตรงสองเส้นขนานกันและมีเส้นตัด แล้ว**มุมแย้ง**มีขนาดเท่ากัน ($\hat{3} = \hat{6}$ และ $\hat{4} = \hat{5}$)

บทกลับ ถ้ามุมแย้งมีขนาดเท่ากัน แล้วเส้นตรงสองเส้นนั้นขนานกัน

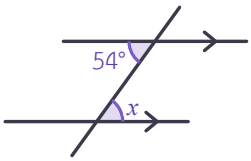


แบบฝึกหัดเบื้องต้น

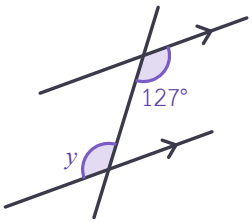
➜ เฉลยท้ายเล่ม หน้า 30

เติมคำตอบในช่อง ข้อที่มีเส้นบรรทัดให้แสดงวิธีทำ (ขนาดของมุมมีหน่วยเป็นองศา)

(1) AB // CD มุม x = ☐°



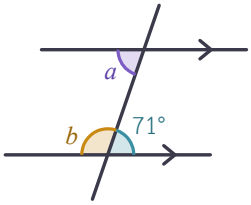
(2) เส้นตรงสองเส้นในรูปขนานกัน มุม y = ☐°



(3) เส้นตรงสองเส้นขนานกัน

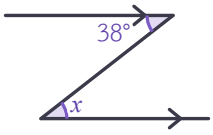
มุม a = ☐°

มุม b = ☐°



(4) มุมแย้งวัดได้ 63° และ 63° เส้นตรงทั้งสอง ☐ กัน · วัดได้ 63° และ 117° เส้นตรงทั้งสอง ☐ กัน

(5) รูปตัว Z ที่เส้นบนกับเส้นล่างขนานกัน มุม x = ☐°



(6) ข้าวหอมวัดมุมแย้งคู่หนึ่งได้ 72° และ 108° แล้วสรุปว่าเส้นตรงทั้งสองขนานกัน ถูกหรือไม่ เพราะอะไร

(7) AB // CD และเส้นตัดตั้งฉากกับ AB มุมแย้งแต่ละมุมมีขนาดเท่าไร และเส้นตัดตั้งฉากกับ CD ด้วยหรือไม่

เฉลยโจทย์หน้าซ้าย

โจทย์ข้อ 1 115 , 115 , แย้ง , เท่ากัน , 6 โจทย์ข้อ 2 122 , 180 , ขนาน , ไม่ขนาน

ทำไมการสร้างของ ม.1 ได้เส้นขนาน

ใน ม.1 เราลากเส้นตัดผ่านจุด P แล้วสร้างมุมที่ P ให้เท่ากับมุมอีกฝั่งของเส้นตัด คือสร้าง**มุมแย้งที่เท่ากัน** บทกลับในบทเรียนนี้บอกว่า เส้นที่ได้ขนานกับเส้นเดิมแน่นอน



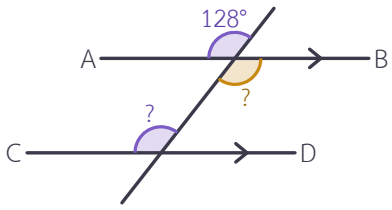
04 มุมภายนอกและมุมภายในที่อยู่ตรงข้าม

คู่มุมชนิดสุดท้าย **มุมภายนอกและมุมภายในที่อยู่ตรงข้ามบนข้างเดียวกันของเส้นตัด** ใช้มุมตรงข้ามมุมยอด (ม.1) กับมุมแย้ง (บทเรียน 03) หาว่าเท่ากันหรือไม่

โจทย์ข้อ 1 ถ้าขนาน คู่มุมนี้เป็นอย่างไร

1. มุม 4 = ☐° เพราะมุม 1 กับมุม 4 เป็นมุม ☐
2. มุม 5 = ☐° เพราะมุม 4 กับมุม 5 เป็นมุมแย้ง (AB // CD)
3. มุม 1 (มุมภายนอก) กับมุม 5 (มุมภายใน) อยู่ทางซ้ายของเส้นตัดทั้งคู่ เป็นมุมภายนอกและมุมภายในที่อยู่ตรงข้ามบนข้างเดียวกันของเส้นตัด มีขนาด ☐
4. คู่อื่นที่เท่ากันแบบเดียวกัน: มุม 2 กับมุม ☐ · มุม 3 กับมุม ☐ · มุม 4 กับมุม ☐

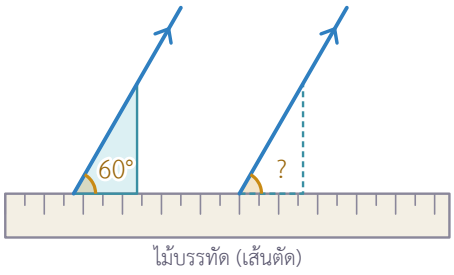
มุม 1 กับมุม 5 สีเดียวกัน



โจทย์ข้อ 2 บทกลับ: ลากเส้นขนานด้วยไม้ฉาก

1. ต้นกล้าวางไม้บรรทัดนิ่ง ๆ ลากเส้นตามขอบไม้ฉาก แล้ว**เลื่อน**ไม้ฉากไปตามไม้บรรทัด ลากเส้นที่สอง
2. ไม้บรรทัดเป็นเส้นตัด เส้นทั้งสองทำมุมกับไม้บรรทัด ☐° เท่ากัน เพราะเป็นมุมเดียวกันของไม้ฉาก
3. มุมคู่นี้เป็นมุมภายนอกและมุมภายในที่อยู่ตรงข้ามบนข้างเดียวกันของเส้นตัด มีขนาดเท่ากัน เส้นทั้งสองจึง ☐ กัน (บทกลับ)
4. ถ้าไม้ฉากเลื่อนเบี้ยวจนมุมที่สองเป็น 62° เส้นทั้งสอง ☐ กัน

เลื่อนไม้ฉากไปตามไม้บรรทัด



ก้าวขึ้นอีกขั้น

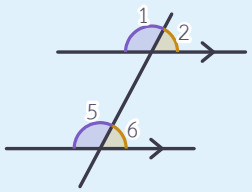
ทั้ง 8 มุมมีแค่สองขนาด

ถ้า AB // CD และมุม 2 = 70° มุมที่มีขนาด 70° คือ มุม 2, ☐, ☐, ☐ อีกสี่มุมมีขนาด ☐° · ตัวช่วยจำ: คู่มุมของบทเรียนนี้อยู่ใต้แขนทั้งสองของ**รูปตัว F**



สมบัติ ถ้าเส้นตรงสองเส้นขนานกันและมีเส้นตัด แล้ว**มุมภายนอกและมุมภายในที่อยู่ตรงข้ามบนข้างเดียวกันของเส้นตัด**มีขนาดเท่ากัน ($\hat{1} = \hat{5}, \hat{2} = \hat{6}, \hat{3} = \hat{7}, \hat{4} = \hat{8}$)

บทกลับ ถ้ามุมภายนอกและมุมภายในที่อยู่ตรงข้ามบนข้างเดียวกันของเส้นตัดมีขนาดเท่ากัน แล้วเส้นตรงสองเส้นนั้นขนานกัน

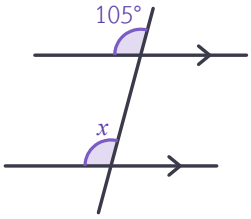


แบบฝึกหัดเบื้องต้น

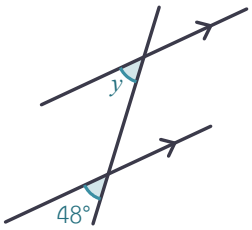
เฉลยท้ายเล่ม หน้า 30

เติมคำตอบในช่อง ข้อที่มีเส้นบรรทัดให้แสดงวิธีทำ (ขนาดของมุมมีหน่วยเป็นองศา)

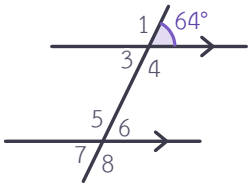
(1) AB // CD มุม x = ☐°



(2) เส้นตรงสองเส้นขนานกัน มุม y = ☐°



(3) มุมอื่นที่มีขนาด 64° คือ มุม ☐ , มุม 8 = ☐°



(4) มุมภายนอกและมุมภายในที่อยู่ตรงข้ามบนข้างเดียวกันของเส้นตัดวัดได้ 81° และ 81° เส้นตรงทั้งสอง ☐ กัน · วัดได้ 74° และ 76° ☐ กัน

(5) รางรถไฟสองรางขนานกัน ถนนตัดรางแรกเป็นมุมบนขวา 52° ที่รางที่สอง มุมบนขวาและมุมบนซ้ายมีขนาดเท่าไร

(6) คู่มุมแบบบทเรียนนี้ (เส้นขนาน) ตะวันว่ารวมกัน 180° น้ำฝนว่าเท่ากัน ใครถูก

เฉลยโจทย์หน้าซ้าย

โจทย์ข้อ 1 128 , ตรงข้ามมุมยอด , 128 , เท่ากัน , 6 , 7 , 8 **โจทย์ข้อ 2** 60 , ขนาน , ไม่ขนาน

สามสมบัติของเส้นขนาน

คู่มุม (เมื่อเส้นตรงสองเส้นขนานกัน)	ขนาด
มุมแย้ง	เท่ากัน
มุมภายนอกและมุมภายในที่อยู่ตรงข้ามบนข้างเดียวกันของเส้นตัด	เท่ากัน
มุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด	รวมกัน 180°



แบบทดสอบทบทวน

บทที่ 1 เส้นขนานและมุม

ชื่อ _____ ชั้น _____ เลขที่ _____

คะแนน

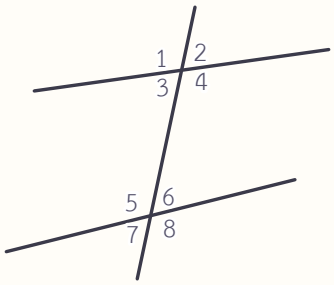
_____

/ 100



1 10 คะแนน

จากรูป เขียนหมายเลขของ (ก) มุมภายในทั้งหมด (ข) มุมแย้งทั้งสองคู่ (ค) มุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดทั้งสองคู่

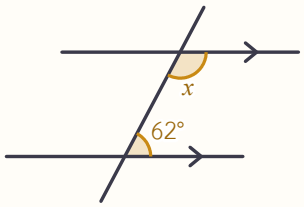


2 10 คะแนน

ใช้หมายเลขมุมแบบรูปในข้อ 1 บอกชื่อคู่มุม (ก) มุม 2 กับมุม 6 (ข) มุม 4 กับมุม 6 (ค) มุม 4 กับมุม 5 (ง) มุม 2 กับมุม 3

3 10 คะแนน

เส้นตรงสองเส้นในรูปขนานกัน จงหาขนาดของมุม x



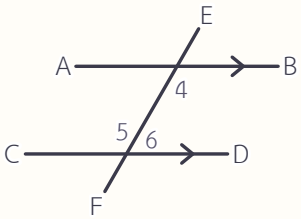
4 10 คะแนน

ตรวจว่าเส้นตรงสองเส้นขนานกันหรือไม่ เมื่อมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดเป็น (ก) 95° กับ 85° (ข) 101° กับ 81°

5 10 คะแนน

กำหนดให้ AB // CD มี EF เป็นเส้นตัด

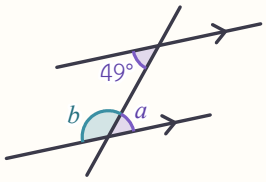
ต้องการพิสูจน์ว่า $\hat{4} = \hat{5}$



	พิสูจน์ (ข้อความ)	เหตุผล
1	$\hat{4} + \hat{6} = 180°$	
2	$\hat{5} + \hat{6} = 180°$	
3	$\hat{4} =$ ☐	จากข้อ 1 และ 2

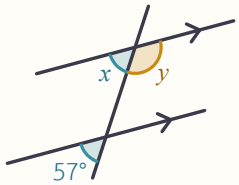
6 10 คะแนน

เส้นตรงสองเส้นในรูปขนานกัน จงหาขนาดของมุม a และมุม b



7 10 คะแนน

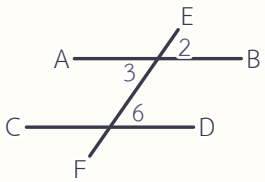
เส้นตรงสองเส้นในรูปขนานกัน จงหาขนาดของมุม x และมุม y



8 10 คะแนน

กำหนดให้ เส้นตัด EF ทำให้ $\hat{2} = \hat{6}$

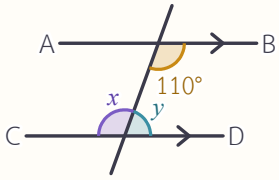
ต้องการพิสูจน์ว่า AB // CD



	พิสูจน์ (ข้อความ)	เหตุผล
1	$\hat{2} = \hat{3}$	
2	$\hat{3} =$	กำหนดให้ และข้อ 1
3	AB // CD	

9 10 คะแนน

ระเบียง AB ขนานกับพื้น CD คานเหล็กเอียงทำมุม 110° กับระเบียง จงหามุม x และ y ที่คานทำกับพื้น



10 10 คะแนน

ใบบัวหามุมเมื่อ AB // CD: (ขั้น 1) มุม 3 = 75° (ขั้น 2) มุม 5 = 75° เพราะเป็นมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด (ขั้น 3) มุม 6 = 180° − 75° = 105° · ขั้นใดผิด มุม 5 และมุม 6 ที่ถูกคือเท่าไร

ก้าวขึ้นอีกขั้น

สมบัติกับบทกลับ

บทนี้ทุกสมบัติมีบทกลับที่เป็นจริงด้วย: “ถ้าขนาน แล้วมุม...” ใช้**หาขนาดของมุม** · “ถ้ามุม... แล้วขนาน” ใช้**ตรวจว่าเส้นขนานกันไหม** (เล่มการให้เหตุผลจะเห็นว่าบทกลับของบางประโยคไม่เป็นจริง)



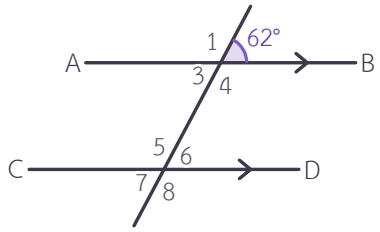
05 หาขนาดของมุมจากเส้นขนาน

ใช้สามสมบัติของบทที่ 1 กับมุมบนเส้นตรงและมุมตรงข้ามมุมยอด หาขนาดของมุมทุกมุม และแก้สมการหาตัวแปร (เล่มสมการ ม.1)

โจทย์ข้อ 1 รู้มุมเดียว หาได้ครบ 8 มุม

1. มุม 1 = 180° − 62° = ☐° (มุมบนเส้นตรง) · มุม 3 = ☐° (ตรงข้ามมุมยอดกับมุม 2) · มุม 4 = ☐°
2. มุม 3 กับมุม 6 เป็นมุม☐ จึงได้ มุม 6 = ☐°
3. มุม 5 = ☐° · มุม 7 = ☐° · มุม 8 = ☐°
4. มุมทั้ง 8 มุมมีขนาดเพียง ☐ ขนาด และสองขนาดนั้นรวมกันได้ ☐°

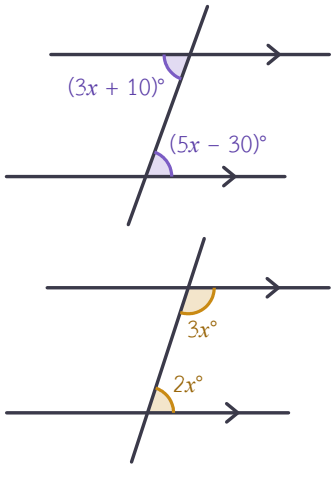
AB // CD และมุม 2 = 62°



โจทย์ข้อ 2 มีตัวแปร: ตั้งสมการจากสมบัติ

1. รูปบน มุมแย้งเท่ากัน: $3x + 10 = 5x - 30$ ได้ $40 = 2x$ จึงได้ x = ☐
2. แทนค่า x ใน $3x + 10$ ได้มุมแย้งแต่ละมุม = ☐° ตรวจด้วย $5x - 30$ ได้ ☐°
3. รูปล่าง มุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกัน 180°: $2x + 3x = 180$ ได้ $5x = 180$ จึงได้ x = ☐
4. มุมทั้งสองคือ ☐° และ ☐°

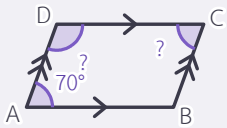
เส้นตรงในรูปขนานกัน



ก้าวขึ้นอีกขั้น

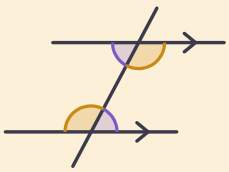
เส้นขนานสองคู่

ใช้สมบัติกับเส้นคู่ที่มีหัวลูกศร**เหมือนกัน**เท่านั้น · AB // DC (>) มี AD เป็นเส้นตัด ได้มุม D = ☐° · AD // BC (>>) มี DC เป็นเส้นตัด ได้มุม C = ☐°





ขั้นตอนหาขนาดของมุม (1) หาเส้นคู่ที่ขนานกัน (หัวลูกศร) (2) หาเส้นตัด (3) บอกชื่อคู่มุม: มุมแย้ง หรือมุมภายนอกและมุมภายในที่อยู่ตรงข้ามบนข้างเดียวกันของเส้นตัด → **เท่ากัน** · มุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด → **รวม 180°**
มีตัวแปร: ตั้งสมการตามสมบัติ แก้สมการ แล้วแทนค่ากลับเพื่อตรวจ



แบบฝึกหัดเบื้องต้น

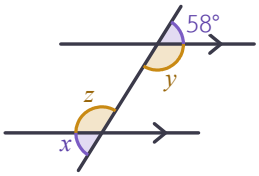
→ เฉลยท้ายเล่ม หน้า 30

เติมคำตอบในช่อง ข้อที่มีเส้นบรรทัดให้แสดงวิธีทำ (ขนาดของมุมมีหน่วยเป็นองศา)

(1) เส้นตรงสองเส้นขนานกัน

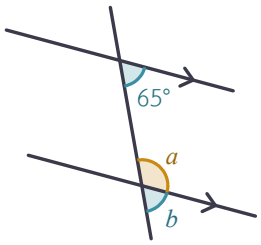
$x =$ ☐° $y =$ ☐°

$z =$ ☐°



(2) เส้นตรงสองเส้นขนานกัน

$a =$ ☐° $b =$ ☐°

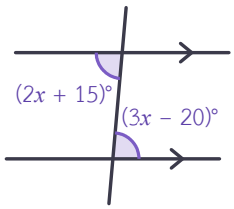


(3) AB // CD มุมแย้งมีขนาด $(4x - 15)°$ และ $(2x + 25)°$ จงหา x และขนาดของมุม

(4) AB // CD มุมภายในบนข้างเดียวกันของเส้นตัดมีขนาด $(x + 20)°$ และ $(2x + 10)°$ จงหา x และขนาดของมุม

(5) AB // CD มุมภายในบนข้างเดียวกันของเส้นตัดมีขนาด $x°$ และ $(x + 37)°$ จงหาขนาดของมุม

(6) เส้นตรงขนานกัน จงหา x และขนาดของมุม



เฉลยโจทย์หน้าซ้าย
โจทย์ข้อ 1 118 , 62 , 118 , แย้ง , 62 , 118 , 62 , 118 , 2 , 180 **โจทย์ข้อ 2** 20 , 70 , 70 , 36 , 72 , 108

ตรวจคำตอบ แทนค่า x กลับ: คู่ที่ควรเท่ากันต้องเท่ากัน คู่ที่ควรรวม 180° ต้องรวม 180° และทุกมุมต้องมีขนาดเป็นบวก ถ้าได้มุมติดลบหรือเกิน 180° แสดงว่าตั้งสมการผิด



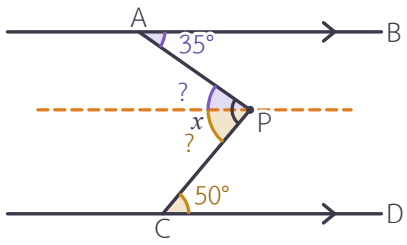
06 ลากเส้นช่วย

บางรูปมีจุดหักอยู่ระหว่างเส้นขนาน ไม่มีเส้นตัดให้ใช้สมบัติตรง ๆ · ลาก**เส้นช่วย**ผ่านจุดหักให้ขนานกับเส้นเดิม แล้วใช้มุมแย้ง (บทเรียน 03)

โจทย์ข้อ 1 มุมที่จุดหัก P ระหว่างเส้นขนาน

1. เส้นประสีส้มลากผ่าน P ให้ขนานกับ AB จึงขนานกับ CD ด้วย (เส้นทั้งสามขนานกัน)
2. มุมส่วนบนที่ P กับมุม 35° ที่ A เป็นมุม ☐ จึงมีขนาด ☐°
3. มุมส่วนล่างที่ P กับมุม 50° ที่ C เป็นมุมแย้งเช่นกัน มีขนาด ☐°
4. x = มุมส่วนบน + มุมส่วนล่าง = ☐° · มุมที่จุดหักเท่ากับผลบวกของมุมที่ A และ C

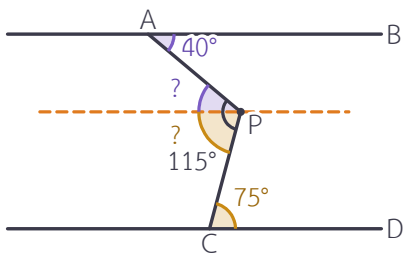
เส้นช่วยเส้นประสีส้ม



โจทย์ข้อ 2 ใช้เส้นช่วยตรวจว่าขนานไหม

1. ลากเส้นช่วยผ่าน P ให้ขนานกับ AB มุมส่วนบนที่ P = ☐° (มุมแย้ง)
2. มุมส่วนล่าง = 115° − มุมส่วนบน = ☐° เท่ากับมุมที่ C จึงเป็นมุมแย้งที่เท่ากัน เส้นช่วย ☐ กับ CD
3. AB และ CD ต่างขนานกับเส้นช่วย จึงได้ AB ☐ กับ CD
4. ถ้ามุมที่ P เป็น 120° มุมส่วนล่างเป็น ☐° ไม่เท่ากับ 75° AB ☐ กับ CD ☐ กัน

ยังไม่รู้ว่า AB ขนานกับ CD



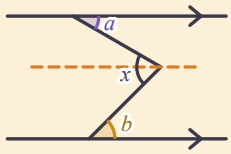
ก้าวขึ้นอีกขั้น

เส้นที่ขนานกับเส้นเดียวกัน

ถ้า AB // EF และ CD // EF แล้ว AB ☐ กับ CD เพราะเส้นตัดเส้นหนึ่งทำมุมกับเส้นทั้งสามได้มุมที่อยู่ตรงข้ามบนข้างเดียวกันขนาด ☐ ทั้งหมด · เราใช้ความจริงนี้ทุกครั้งที่ลากเส้นช่วย



มุมที่จุดหัก ระหว่างเส้นขนานสองเส้น: ลากเส้นช่วยผ่านจุดหักให้**ขนาน**กับเส้นเดิม แบ่งมุมเป็นสองส่วน แต่ละส่วนเป็นมุมแย้ง จึงได้ $x = a + b$ · ถ้ามุมที่ A และ C เป็นมุมป้าน (รูปหัวลูกศร) ใช้มุมภายในบนข้างเดียวกัน: $a + b + x = 360°$

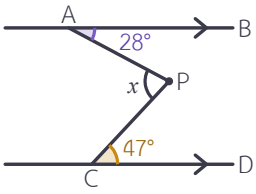


แบบฝึกหัดเบื้องต้น

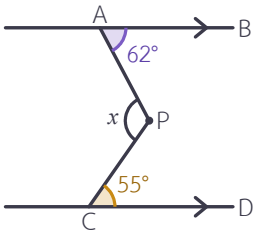
➜ เฉลยท้ายเล่ม หน้า 30

เติมคำตอบในช่อง ข้อที่มีเส้นบรรทัดให้แสดงวิธีทำ (ขนาดของมุมมีหน่วยเป็นองศา) · ข้อ (1)–(5) AB // CD

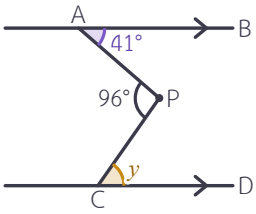
(1) มุม x = ☐°



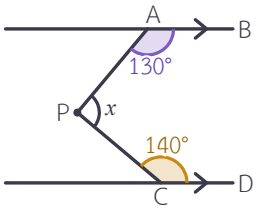
(2) มุม x = ☐°



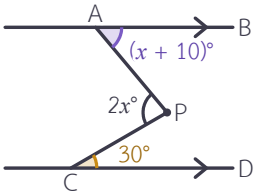
(3) มุม y = ☐°



(4) ลากเส้นช่วยผ่าน P มุม x = ☐°



(5) จงหา x และขนาดของมุมที่จุดหัก



(6) ทางเดินหักที่จุด P ระหว่างถนนสองสายที่ขนานกันแบบรูปข้อ (1) ทำมุม 26.5° กับถนนสายบน และ 48° กับถนนสายล่าง มุมที่ P เท่าไร

(7) แบบรูปโจทย์ข้อ 2 ถ้ามุมที่ A = 50° ที่ C = 70° และที่ P = 120° แล้ว AB ขนานกับ CD หรือไม่

เฉลยโจทย์หน้าซ้าย

โจทย์ข้อ 1 แย้ง , 35 , 50 , 85 **โจทย์ข้อ 2** 40 , 75 , ขนาน , ขนาน , 80 , ไม่ขนาน

ระวัง! เส้นช่วยต้องลาก**ขนาน**กับเส้นเดิม ไม่ใช่ลากต่อเส้นเดิมออกไปหรือลากตั้งฉาก · เวลาเขียนคำตอบให้บอกด้วยว่าลากเส้นช่วยอย่างไร



แบบทดสอบทบทวน

บทที่ 2 หาขนาดของมุม

ชื่อ _____ ชั้น _____ เลขที่ _____

คะแนน

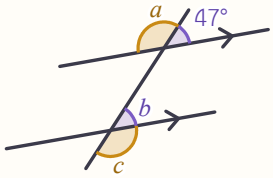
_____

/ 100



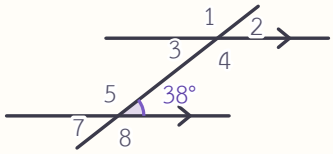
1 10 คะแนน

เส้นตรงสองเส้นในรูปขนานกัน จงหาขนาดของมุม a, b และ c



2 10 คะแนน

AB // CD และมุม 6 = 38° จงเขียนขนาดของมุมที่เหลือทั้ง 7 มุม



3 10 คะแนน

AB // CD มุมแย้งคู่หนึ่งมีขนาด $(3x - 12)°$ และ $(x + 40)°$ จงหา x และขนาดของมุม

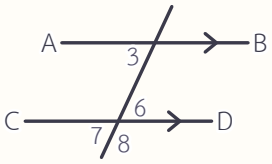
4 10 คะแนน

AB // CD มุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดมีขนาด $(2x + 5)°$ และ $(x + 25)°$ จงหา x และขนาดของมุมทั้งสอง

5 10 คะแนน

กำหนดให้ AB // CD และ $\hat{3} = 65°$

ต้องการพิสูจน์ว่า $\hat{8} = 115°$



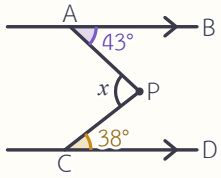
	พิสูจน์ (ข้อความ)	เหตุผล
1	$\hat{6} =$ ____ °	มุมแย้งที่เกิดจากเส้นตัดเส้นขนานมีขนาดเท่ากัน
2	$\hat{7} = 65°$	
3	$\hat{8} = 180° - 65° =$ ____ °	

6 10 คะแนน

AB // CD มุม 1 กับมุม 5 (แบบรูปในข้อ 2) มีขนาด $(4x + 6)^\circ$ และ $(2x + 41)^\circ$ จงหา x และขนาดของมุม

7 10 คะแนน

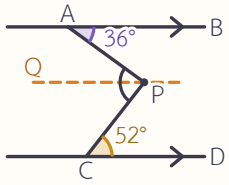
AB // CD จงหาขนาดของมุม x ที่จุดหัก



8 10 คะแนน

กำหนดให้ AB // CD ลาก PQ ผ่าน P ให้ขนานกับ AB

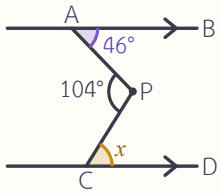
ต้องการพิสูจน์ว่า $A\hat{P}C = 88^\circ$



	พิสูจน์ (ข้อความ)	เหตุผล
1	PQ // CD	
2	$A\hat{P}Q = 36^\circ$ และ $Q\hat{P}C = 52^\circ$	
3	$A\hat{P}C = 36^\circ + 52^\circ =$ ____ °	จากข้อ 2

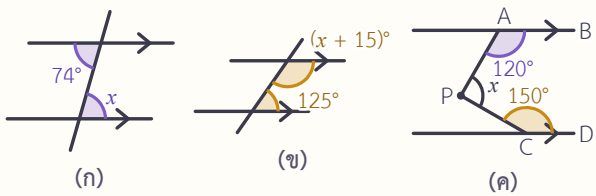
9 10 คะแนน

ถนน AB ขนานกับถนน CD ทางเดินจาก A ทำมุม 46° กับถนน เลี้ยวที่ P เป็นมุม 104° ไปถึง C จงหามุม x



10 10 คะแนน

เส้นตรงที่มีหัวลูกศรเหมือนกันขนานกัน จงหาค่าของ x ในแต่ละรูป



ก้าวขั้นอีกขั้น

เส้นช่วยที่ดี

ลากเส้นช่วยให้**ขนาน**กับเส้นเดิม เพื่อให้เกิดมุมแย้ง · บทเรียน 07 จะลากเส้นขนานผ่านจุดยอดของรูปสามเหลี่ยม



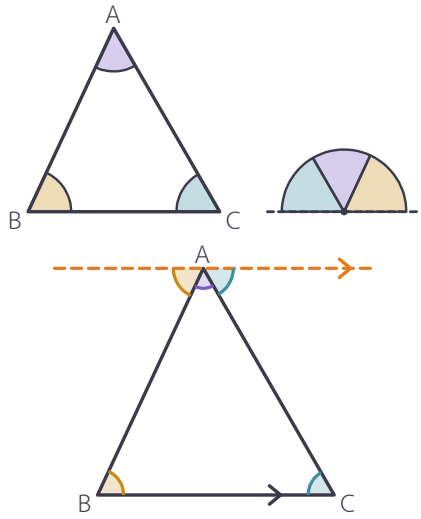
07 ผลบวกของมุมภายในรูปสามเหลี่ยม

ประถมรู้แล้วว่ามุมภายในของรูปสามเหลี่ยมรวมกัน 180° จากการฉีกมุมหรือวัด · บทนี้ใช้เส้นขนานกับมุมแย้ง**ให้เหตุผล**ว่าทำไมจริงกับทุกรูป

โจทย์ข้อ 1 ฉีกมุม แล้วให้เหตุผลด้วยเส้นขนาน

1. ใบบัวฉีกมุมทั้งสามของกระดาษรูปสามเหลี่ยม มาวางต่อกันที่จุดเดียว ได้มุม ☐ ขนาด ☐°
2. ให้เหตุผล: ลากเส้นผ่าน A ขนานกับ BC (เส้นประสีส้ม) มุมซ้ายที่ A กับมุม B เป็นมุม ☐ จึงเท่ากัน
3. มุมขวาที่ A เท่ากับมุม ☐ ด้วยเหตุผลเดียวกัน
4. สามมุมที่ A ต่อกันบนเส้นตรง: มุม B + มุม BAC + มุม C = ☐° จริงกับรูปสามเหลี่ยม**ทุกรูป**

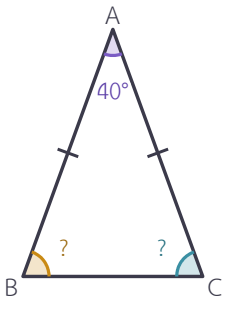
สีเดียวกัน = ขนาดเท่ากัน



โจทย์ข้อ 2 ใช้หามุมที่สาม และมุมของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว

1. รูปสามเหลี่ยมมีมุม 48° และ 77° มุมที่สาม = 180° − 48° − 77° = ☐°
2. รูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว (ด้านที่มีขีดยาวเท่ากัน) มีมุมที่ฐานเท่ากัน · มุมยอด 40° มุมที่ฐานรวมกัน ☐° มุมละ ☐°
3. ถ้ามุมที่ฐานมุมละ 65° มุมยอด = 180° − 2 × 65° = ☐°
4. รูปสามเหลี่ยมด้านเท่ามีมุมเท่ากันทั้งสามมุม มุมละ ☐°

หน้าจั่ว มุมยอด 40°



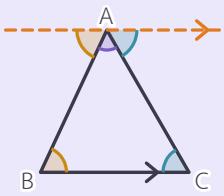
ก้าวขึ้นอีกขั้น

มุมภายในรูปหลายเหลี่ยม

ลากเส้นทแยงมุมจากจุดยอดเดียวของรูปห้าเหลี่ยม แบ่งได้รูปสามเหลี่ยม ☐ รูป มุมภายในรวมกัน ☐° · รูป n เหลี่ยมแบ่งได้ $n-2$ รูป มุมภายในรวมกัน $(n-2)\times 180°$



มุมภายในทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมรวมกัน 180° ($\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180°$) · เหตุผล: ลากเส้นผ่านจุดยอดให้ขนานกับฐาน แล้วใช้มุมแย้งกับมุมตรง · รูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วมีมุมที่ฐานเท่ากัน (เหตุผลอยู่ในเล่มการให้เหตุผล)

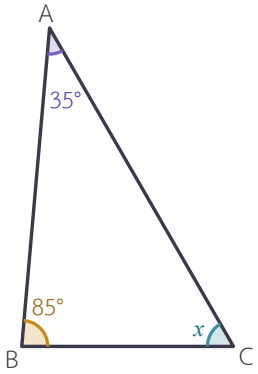


แบบฝึกหัดเบื้องต้น

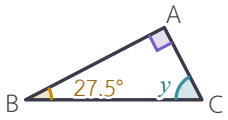
เฉลยท้ายเล่ม หน้า 30

เติมคำตอบในช่อง ข้อที่มีเส้นบรรทัดให้แสดงวิธีทำ (ขนาดของมุมมีหน่วยเป็นองศา)

(1) มุม x = ☐°



(2) รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก มุม y = ☐°



(3) รูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วมีมุมยอด 112° มุมที่ฐานมุมละ ☐°

(4) รูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วมีมุมที่ฐานมุมละ 52° มุมยอดมีขนาด ☐°

(5) มุมทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมมีขนาด $x°$, $2x°$ และ $3x°$ จงหาขนาดของแต่ละมุม

(6) มุมภายในของรูปหกเหลี่ยมรวมกันกี่องศา

(7) ใบบัวหามุมที่สามของรูปสามเหลี่ยมที่มีมุม 45° และ 65° ได้ 180° − 45° + 65° = 200° ผิดตรงไหน และคำตอบที่ถูกคือเท่าไร

(8) รูปสามเหลี่ยมมีมุมป้านสองมุมได้หรือไม่ เพราะอะไร

เฉลยโจทย์หน้าซ้าย
โจทย์ข้อ 1 ตรง , 180 , แย้ง , C , 180 โจทย์ข้อ 2 55 , 140 , 70 , 50 , 60

ทำไมต้องให้เหตุผลทั้งที่ฉีกมุมก็เห็น

การฉีกมุมเป็นการ**สังเกตจากตัวอย่าง** (ยังไม่ใช่การพิสูจน์) อาจฉีกได้เกือบ 180° เพราะกระดาษไม่ตรง · เหตุผลด้วยเส้นขนานกับมุมแย้งใช้ได้กับรูปสามเหลี่ยม**ทุกรูป** ไม่ต้องวัด

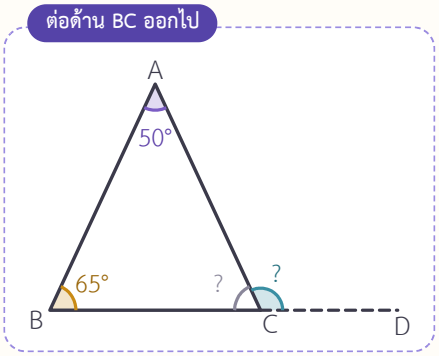


08 มุมภายนอกของรูปสามเหลี่ยม

ต่อด้านของรูปสามเหลี่ยมออกไป จะเกิด**มุมภายนอก** · ใช้ผลบวกมุมภายใน 180° (บทเรียน 07) กับมุมบนเส้นตรง หาความสัมพันธ์ของมุมภายนอก

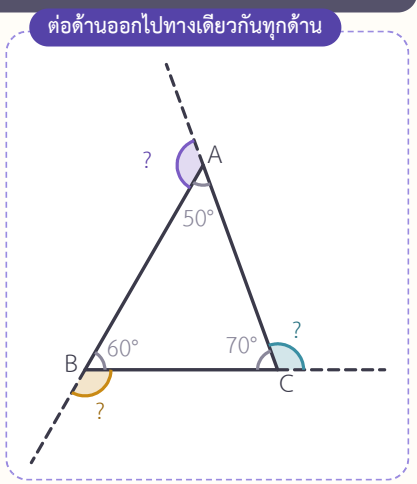
โจทย์ข้อ 1 มุมภายนอกกับมุมภายในที่ไม่ใช่มุมประชิด

1. ต่อ BC ออกไปทาง C ถึง D (เส้นประ) มุม ACD เรียกว่า มุมภายนอก ของรูปสามเหลี่ยม ABC
2. มุม ACB = 180° − 50° − 65° = ☐°
3. มุม ACD = 180° − มุม ACB = ☐° (มุมบนเส้นตรง BD)
4. 50° + 65° = ☐° เท่ากับมุมภายนอก · มุมภายนอก ACD = มุม ☐ + มุม ☐ ซึ่งไม่ใช่มุมประชิดของมัน



โจทย์ข้อ 2 มุมภายนอกจุดยอดละหนึ่งมุม

1. มุมภายนอกที่ A = 180° − 50° = ☐°
2. มุมภายนอกที่ B = ☐° และที่ C = ☐°
3. มุมภายนอกทั้งสามรวมกัน = ☐°
4. เหตุผล: ที่แต่ละจุดยอด มุมภายนอก + มุมภายใน = 180° สามจุดยอดรวมกัน ☐° ลบมุมภายในรวม 180° เหลือ 360°



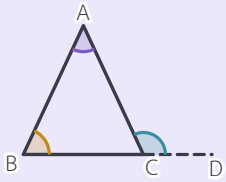
ก้าวขึ้นอีกขั้น

เดินรอบรูปหมุนครบรอบ

ปันปันเดินรอบสนามรูปห้าเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า เลี้ยวทุกมุมเท่ากัน เดินครบรอบหมุนตัวรวม 360° จึงเลี้ยวมุมละ ☐° และมุมภายในของรูปห้าเหลี่ยมนี้มุมละ ☐° · มุมภายนอกจุดละมุมของรูปหลายเหลี่ยมใด ๆ รวมกัน 360°



มุมภายนอกของรูปสามเหลี่ยมเท่ากับผลบวกของมุมภายในที่ไม่ใช่มุมประชิด (ในรูป มุม ACD $= \hat{A} + \hat{B}$) · มุมภายนอก + มุมภายในที่ประชิด = 180° · มุมภายนอกจุดยอดละหนึ่งมุมรวมกัน 360°

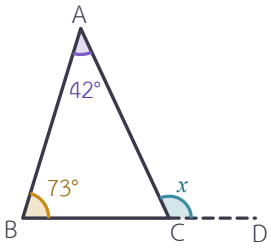


แบบฝึกหัดเบื้องต้น

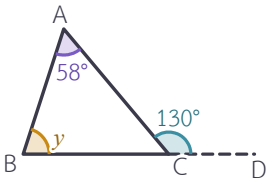
เฉลยท้ายเล่ม หน้า 30

เติมคำตอบในช่อง ข้อที่มีเส้นบรรทัดให้แสดงวิธีทำ (ขนาดของมุมมีหน่วยเป็นองศา)

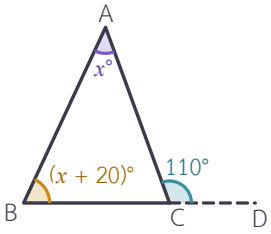
(1) มุมภายนอก x = ☐°



(2) มุม y = ☐°



(3) จงหา x และขนาดของมุมภายในทั้งสองที่ไม่ใช่มุมประชิด



(4) มุมภายนอกสองมุมของรูปสามเหลี่ยม (คนละจุดยอด) มีขนาด 140° และ 105° มุมภายนอกที่สามมีขนาด ☐°

(5) รูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วมีมุมยอด 36° มุมภายนอกที่มุมที่ฐานมีขนาดเท่าไร

(6) มุมภายนอกจุดละหนึ่งมุมของรูปสามเหลี่ยมมีขนาด $2x°$, $3x°$ และ $4x°$ จงหาแต่ละมุม

(7) ภูผาว่า “มุมภายนอกเท่ากับผลบวกของมุมภายในทั้งสามมุม” ถูกไหม

เฉลยโจทย์หน้าซ้าย

โจทย์ข้อ 1 65 , 115 , 115 , A , B โจทย์ข้อ 2 130 , 120 , 110 , 360 , 540

ระวัง! มุมภายนอกคือมุมระหว่างด้านหนึ่งกับ**ส่วนต่อ**ของด้านที่อยู่ติดกัน ไม่ใช่มุมรอบนอก 360° – มุมภายใน · ที่จุดยอดหนึ่งต่อด้านได้สองทาง ได้มุมภายนอกสองมุมซึ่งเป็นมุมตรงข้ามมุมยอด ขนาดเท่ากัน



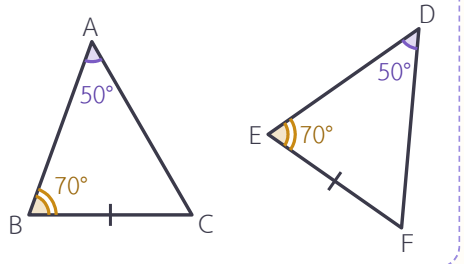
09 มุม-มุม-ด้าน (ม.ม.ด.)

เล่มความเท่ากันทุกประการมีเงื่อนไข ด.ม.ด., ม.ด.ม., ด.ด.ด., ฉ.ด.ด. · บทนี้ใช้ผลบวกมุมภายใน 180° (บทเรียน 07) ได้เงื่อนไขที่ห้า มุม-มุม-ด้าน (ม.ม.ด.)

โจทย์ข้อ 1 มุมสองคู่เท่ากัน มุมที่สามก็เท่ากัน

1. มุม C = 180° − 50° − 70° = ☐° และมุม F = ☐° จึงได้ มุม C = มุม F
2. ตอนนี้รู้ มุม B = มุม E, BC = EF และมุม C = มุม F โดยด้าน BC อยู่ ☐ มุม B กับมุม C
3. ใช้เงื่อนไข ☐ ได้ △ABC ≅ △DEF
4. สรุป: มุมสองคู่เท่ากัน และด้านคู่ที่สมนัยกันยาวเท่ากัน (แม้ไม่อยู่ระหว่างมุม) ก็เท่ากันทุกประการ เรียกว่า มุม-มุม-ด้าน ย่อว่า ☐

BC = EF อยู่ตรงข้ามมุม 50°



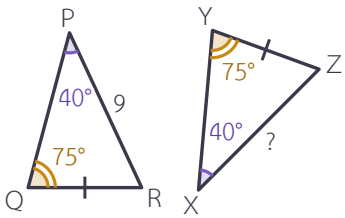
โจทย์ข้อ 2 ใช้ ม.ม.ด. หาความยาว

กำหนดให้ $\hat{P} = \hat{X} = 40°$ · $\hat{Q} = \hat{Y} = 75°$ · QR = YZ และ PR = 9 ซม.

ต้องการพิสูจน์ว่า XZ = 9 ซม.

	พิสูจน์ (ข้อความ)	เหตุผล
1	$\hat{P} = \hat{X}$ และ $\hat{Q} = \hat{Y}$	กำหนดให้
2	QR = YZ	กำหนดให้
3	△PQR ≅ △XYZ	☐
4	XZ = PR = ☐ ซม.	ด้านคู่ที่สมนัยกันของรูปสามเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการยาวเท่ากัน

หมุนและพลิกแล้ว



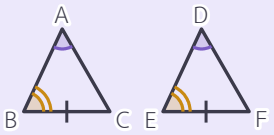
ก้าวขึ้นอีกขั้น

กับดัก: ด้านต้องเป็นคู่ที่สมนัยกัน

△ABC และ △DEF มีมุม A = มุม D = 50°, มุม B = มุม E = 70° และ BC = DF = 5 ซม. แต่ BC อยู่ตรงข้ามมุม 50° ส่วน DF อยู่ตรงข้ามมุม 70° ไม่ใช่ด้านคู่ที่สมนัยกัน จึง ☐ ว่าเท่ากันทุกประการ



มุม-มุม-ด้าน (ม.ม.ด.) ถ้ารูปสามเหลี่ยมสองรูปมีมุมเท่ากันสองคู่ และด้านคู่ที่สมนัยกัน (อยู่ตรงข้ามมุมที่เท่ากัน) ยาวเท่ากันหนึ่งคู่ แล้วรูปทั้งสองเท่ากันทุกประการ · เหตุผล: มุมที่สามเท่ากัน (180°) แล้วใช้ ม.ด.ม.

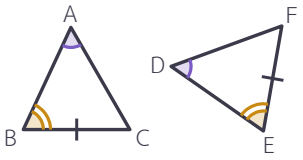


แบบฝึกหัดเบื้องต้น

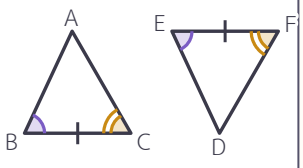
➜ เฉลยท้ายเล่ม หน้า 30

เติมคำตอบในช่อง · ในรูป มุมสีเดียวกันและจำนวนเส้นโค้งเท่ากันมีขนาดเท่ากัน ด้านที่มีขีดยาวเท่ากัน

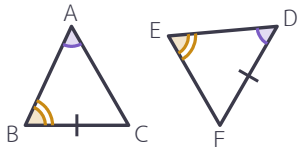
(1) เงื่อนไข _____



(2) เงื่อนไข _____

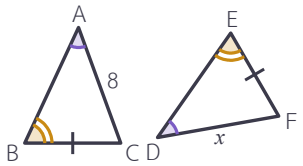


(3) เท่ากันทุกประการหรือไม่ _____



(4) △KLM กับ △RST มี มุม K = มุม R, มุม L = มุม S และ KM = RT จึงเท่ากันทุกประการแบบ _____ เขียนได้ △KLM ≅ △ _____

(5) รูปสามเหลี่ยมสองรูปในรูปมีเครื่องหมายแสดงส่วนที่เท่ากัน จงหา x (หน่วยเป็นเซนติเมตร)



(6) △ABC ≅ △DEF (ม.ม.ด.) ถ้ามุม C = $(2x + 10)°$ และมุม F = 70° จงหา x

(7) รูปสามเหลี่ยมสองรูปมีมุม 35° และ 80° เหมือนกัน และด้านที่อยู่ตรงข้ามมุม 80° ยาว 12 ซม. เท่ากัน รูปทั้งสองเท่ากันทุกประการหรือไม่

เฉลยโจทย์หน้าซ้าย

โจทย์ข้อ 1 60 , 60 , ระหว่าง , ม.ด.ม. , ม.ม.ด. โจทย์ข้อ 2 ม.ม.ด. , 9

เงื่อนไขครบทั้งห้า เท่ากันทุกประการได้: ด.ม.ด. · ม.ด.ม. · ด.ด.ด. · ฉ.ด.ด. · ม.ม.ด. · **ไม่ใช่เงื่อนไข**: มุม-มุม-มุม (รูปขนาดต่างกันได้) และ ด้าน-ด้าน-มุม (ถ้ามุมนั้นไม่ใช่มุมฉาก)



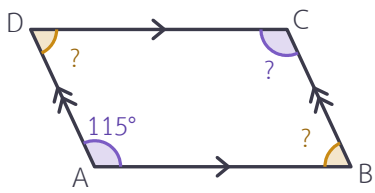
10 โจทย์รวม

รวมเครื่องมือทั้งเล่ม: สมบัติของเส้นขนาน มุมบนเส้นตรง มุมตรงข้ามมุมยอด ผลบวกมุมภายใน 180° และมุมภายนอก

โจทย์ข้อ 1 มุมในรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน

1. AB // DC (>) มี AD เป็นเส้นตัด: มุม A + มุม D = ____° จึงได้ มุม D = ____°
2. AD // BC (>>) มี DC เป็นเส้นตัด: มุม D + มุม C = 180° จึงได้ มุม C = ____°
3. ทำแบบเดียวกัน มุม B = ____°
4. รูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน: มุมตรงข้ามมีขนาด____ · มุมประชิดกันรวมกัน ____°

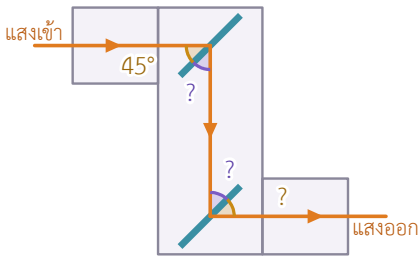
ด้านตรงข้ามขนานกันสองคู่



โจทย์ข้อ 2 กล้องเพอริสโคปที่มีกระจกขนานกัน

1. แสงเข้าทำมุมกับกระจกบน 45° แสงสะท้อนทำมุมกับกระจก ____° (มุมตกกระทบเท่ากับมุมสะท้อน)
2. กระจกสองบานขนานกัน แสงในท่อเป็นเส้นตัด มุมที่แสงทำกับกระจกล่าง = ____° เพราะเป็นมุม____
3. ที่กระจกบน มุมระหว่างแสงเข้ากับแสงในท่อ (สองมุมที่กระจกรวมกัน) = ____° ที่กระจกล่างแสงในท่อกับแสงออกก็ทำมุมเท่านี้
4. มุม 90° สองมุมนี้เป็นมุมแย้งที่เท่ากัน แสงออกจึง____กับแสงเข้า มองเห็นภาพตรงทิศเดิม

กระจกสองบานขนานกัน



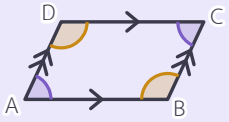
ก้าวขึ้นอีกขั้น

หาขั้นที่ผิด

ตะวันหามุมเมื่อ AB // CD และมุม 2 = 70°: (1) มุม 3 = 70° เพราะตรงข้ามมุมยอด (2) มุม 6 = 70° เพราะเป็นมุมแย้งกับมุม 3 (3) มุม 5 = 70° เพราะเป็นมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดกับมุม 3 · ขั้นที่ผิดคือขั้นที่ ____ มุม 5 ที่ถูกคือ ____°



รวมเครื่องมือ มุมบนเส้นตรงรวม 180° · มุมตรงข้ามมุมยอดเท่ากัน · เส้นขนาน: มุมแย้งเท่ากัน มุมภายนอกและมุมภายในที่อยู่ตรงข้ามฯ เท่ากัน มุมภายในบนข้างเดียวกันรวม 180° · รูปสามเหลี่ยม: มุมภายในรวม 180° มุมภายนอก = ผลบวกมุมภายในที่ไม่ใช่มุมประชิด · รูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน: มุมตรงข้ามเท่ากัน มุมประชิดรวม 180°



แบบฝึกหัดเบื้องต้น

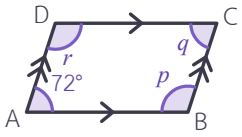
➜ เฉลยท้ายเล่ม หน้า 30

เติมคำตอบในช่อง ข้อที่มีเส้นบรรทัดให้แสดงวิธีทำ (ขนาดของมุมมีหน่วยเป็นองศา)

(1) รูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน p = ☐°

q = ☐°

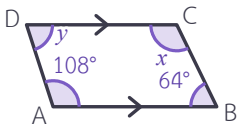
r = ☐°



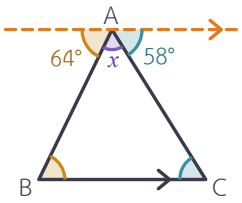
(2) รูปสี่เหลี่ยมด้านขนานมีมุมประชิดกันขนาด $(3x + 15)°$ และ $(2x - 10)°$ จงหา x และมุมทั้งสอง

(3) AB // DC x = ☐°

y = ☐°



(4) เส้นประผ่าน A ขนานกับ BC จงหามุม x



(5) หลังคาจั่วศาลามีมุมยอด 110° คานขื่อขนานกับฐานหลังคา คานขื่อทำมุมกับจันทัน (ด้านเอียง) เท่าไร

(6) ต่อด้าน AB ของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน ABCD ออกไปทาง B ได้มุมภายนอกที่ B ขนาด 70° จะได้ มุม A = ☐° และมุม D = ☐°

เฉลยโจทย์หน้าซ้าย

โจทย์ข้อ 1 180 , 65 , 115 , 65 , เท่ากัน , 180 โจทย์ข้อ 2 45 , 45 , แย้ง , 90 , ขนาน

เขียนเหตุผลทุกขั้น

ทุกครั้งที่ได้ขนาดของมุม ให้เขียนเหตุผลสั้น ๆ กำกับ (มุมแย้ง ตรงข้ามมุมยอด รวม 180° ...) ถ้าบอกเหตุผลไม่ได้ อาจกำลังใช้สมบัติกับเส้นที่ไม่ขนาน



แบบทดสอบทบทวน

บทที่ 3 รูปสามเหลี่ยม

ชื่อ _____ ชั้น _____ เลขที่ _____

คะแนน

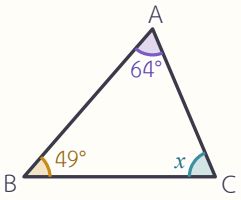
_____

/ 100



1 10 คะแนน

จงหาขนาดของมุม x

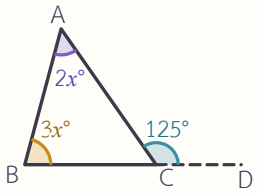


2 10 คะแนน

รูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วมีมุมยอด 48° จงหามุมที่ฐาน และมุมภายนอกที่มุมยอด

3 10 คะแนน

จงหา x และขนาดของมุมภายในทั้งสามมุม



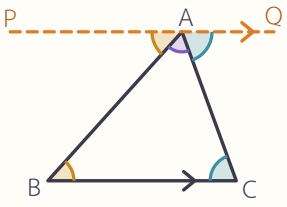
4 10 คะแนน

มุมภายนอกสองมุม (คนละจุดยอด) ของรูปสามเหลี่ยมเป็น 115° และ 130° จงหามุมภายนอกที่สาม และชนิดของรูปตามด้าน

5 10 คะแนน

กำหนดให้ $\triangle ABC$ ลาก PQ ผ่าน A ให้ขนานกับ BC

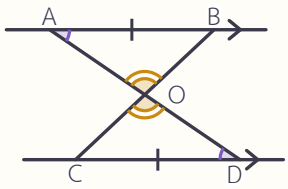
ต้องการพิสูจน์ว่า $A\hat{B}C + B\hat{A}C + A\hat{C}B = 180°$



	พิสูจน์ (ข้อความ)	เหตุผล
1	$P\hat{A}B = A\hat{B}C$	
2	$Q\hat{A}C = A\hat{C}B$	
3	$P\hat{A}B + B\hat{A}C + Q\hat{A}C = 180°$	
4	$A\hat{B}C + B\hat{A}C + A\hat{C}B =$ ____ °	จากข้อ 1 และ 2 และ 3

6 10 คะแนน

กำหนดให้ AB // CD และ AB = DC ส่วนของเส้นตรง AD กับ BC ตัดกันที่ O



ต้องการพิสูจน์ว่า $\triangle AOB \cong \triangle DOC$

	พิสูจน์ (ข้อความ)	เหตุผล
1	$A\hat{O}B = D\hat{O}C$	
2	$B\hat{A}O = C\hat{D}O$	
3	AB = DC	กำหนดให้
4	$\triangle AOB \cong \triangle DOC$	

7 10 คะแนน

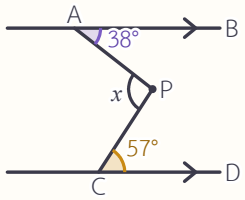
$\triangle PQR$ กับ $\triangle XYZ$ มีมุม P = มุม X = 35°, มุม Q = มุม Y = 105° และ PR = XZ = 10 ซม. รูปทั้งสองเท่ากันทุกประการหรือไม่ ถ้าเท่ากัน มุม Z มีขนาดเท่าไร

8 10 คะแนน

รูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน ABCD มีมุม A = $(4x - 20)°$ และมุม C = $(2x + 30)°$ จงหา x และขนาดของมุม B

9 10 คะแนน

(ทบทวนบทที่ 2) ราวกันตกชั้นบน AB ขนานกับราวชั้นล่าง CD แท่งเหล็กดัดหักที่จุด P ตามรูป จงหามุม x ที่จุดหัก



10 10 คะแนน

(ทบทวนบทที่ 1–2) AB // CD มุมแย้งคู่หนึ่งมีขนาด $(5x - 12)°$ และ $(3x + 18)°$ จงหา x ขนาดของมุมแย้งและขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดที่คู่กับมุมนั้น

ก้าวต่อไปในเล่มนี้

ต่อไปในเล่มการให้เหตุผล

เล่มนี้เขียนเหตุผลในตารางเมื่อมีข้อความให้บางช่อง · เล่ม “การให้เหตุผลทางเรขาคณิต” จะใช้มุมแย้งกับ ม.ม.ด. พิสูจน์สมบัติของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วและรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน



เฉลยแบบฝึกหัดเบื้องต้น

01 เส้นตัดและชื่อของมุม

(1) b, c, g, h (2) g , b (3) b , g (4) b , g , h (5) เป็นไปได้ เพราะเส้นตรงสองเส้นในรูปไม่ขนานกัน (6) ไม่ถูก

02 มุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด

(1) 105 (2) 128 (3) 83.5 (4) ขนาน , ไม่ขนาน (5) 110° และ 70° (6) 115° (7) 180°

03 มุมแย้ง

(1) 54 (2) 127 (3) 71 , 109 (4) ขนาน , ไม่ขนาน (5) 38 (6) ไม่ถูก (7) 90° ตั้งฉากกับ CD ด้วย

04 มุมภายนอกและมุมภายในที่อยู่ตรงข้าม

(1) 105 (2) 48 (3) 3, 6, 7 , 116 (4) ขนาน , ไม่ขนาน (5) 52° และ 128° (6) น้ำฝน

05 หาขนาดของมุมจากเส้นขนาน

(1) 58 , 122 , 122 (2) 115 , 65 (3) x = 20 มุมละ 65° (4) x = 50 มุม 70° และ 110°

(5) x = 71.5 มุม 71.5° และ 108.5° (6) x = 35 มุมละ 85°

06 ลากเส้นช่วย

(1) 75 (2) 117 (3) 55 (4) 90 (5) x = 40 มุมที่จุดหัก 80° (6) 74.5° (7) ขนาน

เฉลยแบบฝึกหัดเบื้องต้น

07 ผลบวกของมุมภายในรูปสามเหลี่ยม

(1) 60 (2) 62.5 (3) 34 (4) 76 (5) 30°, 60° และ 90° (6) 720° (7) ต้องลบทั้งสองมุม ได้ 70° (8) ไม่ได้

08 มุมภายนอกของรูปสามเหลี่ยม

(1) 115 (2) 72 (3) x = 45 มุม 45° และ 65° (4) 115 (5) 108° (6) 80°, 120° และ 160° (7) ไม่ถูก

09 มุม-มุม-ด้าน (ม.ม.ด.)

(1) ม.ม.ด. (2) ม.ด.ม. (3) สรุปไม่ได้ (4) ม.ม.ด. , RST (5) 8 ซม. (6) x = 30 (7) เท่ากันทุกประการ (ม.ม.ด.)

10 โจทย์รวม

(1) 108 , 72 , 108 (2) x = 35 มุม 120° และ 60° (3) 116 , 72 (4) 58° (5) 35° (6) 70 , 110

บันทึกความก้าวหน้าของฉัน

ทำเสร็จแล้วกา ✓ ในช่อง บทเรียนไหนยังไม่มั่นใจ กาช่องสุดท้ายไว้กลับมาทบทวน

บทเรียน	เรียนหน้าซ้าย	ทำแบบฝึก	ทำถูก	อยากทบทวน
บทที่ 1 เส้นขนานและมุม				
01 เส้นตัดและชื่อของมุม	☐	☐	____ / 6	☐
02 มุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด	☐	☐	____ / 7	☐
03 มุมแย้ง	☐	☐	____ / 7	☐
04 มุมภายนอกและมุมภายในที่อยู่ตรงข้าม	☐	☐	____ / 6	☐
แบบทดสอบทบทวน บทที่ 1			____ / 100	☐
บทที่ 2 หาขนาดของมุม				
05 หาขนาดของมุมจากเส้นขนาน	☐	☐	____ / 6	☐
06 ลากเส้นช่วย	☐	☐	____ / 7	☐
แบบทดสอบทบทวน บทที่ 2			____ / 100	☐
บทที่ 3 รูปสามเหลี่ยม				
07 ผลบวกของมุมภายในรูปสามเหลี่ยม	☐	☐	____ / 8	☐
08 มุมภายนอกของรูปสามเหลี่ยม	☐	☐	____ / 7	☐
09 มุม-มุม-ด้าน (ม.ม.ด.)	☐	☐	____ / 7	☐
10 โจทย์รวม	☐	☐	____ / 6	☐
แบบทดสอบทบทวน บทที่ 3			____ / 100	☐



ครบทุกบทเรียนแล้ว เก่งมาก! เล่มถัดไป “การให้เหตุผลทางเรขาคณิต” จะใช้มุมแย้ง ผลบวกมุมภายใน 180° และ ม.ม.ด. พิสูจน์ว่าทำไมการสร้างของ ม.1 จึงถูก และพิสูจน์สมบัติของรูปสี่เหลี่ยมชนิดต่าง ๆ

บันทึก

One by One
Step by Step

เรียนทีละบท ฝึกทีละขั้น

หนังสือชุด One by One ม.2

1. ทฤษฎีบทพีทาโกรัส
2. ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง
3. ปริซึมและทรงกระบอก
4. การแปลงทางเรขาคณิต
5. สมบัติของเลขยกกำลัง
6. พหุนาม
7. สถิติ (2)
8. ความเท่ากันทุกประการ
9. **เส้นขนาน**
10. การให้เหตุผลทางเรขาคณิต
11. การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสอง



Math Step Studio
mathstepstudio.com