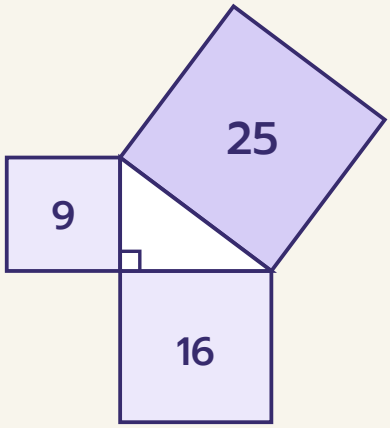
ONE BY ONE
STEP BY STEP

ทฤษฎีบทพีทาโกรัส

ม.2

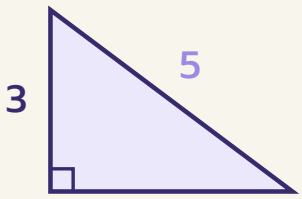
11 บทเรียน · ฉบับนักเรียน











$3^2 + 4^2 = 5^2$

$9 + 16 = 25$

ชื่อ _____ นามสกุล _____

ชั้น ม.2/ _____ เลขที่ _____

สารบัญ

บทที่ 1 รู้จักทฤษฎีบทพีทาโกรัส

01 รูปสามเหลี่ยมมุมฉากและกำลังสอง 4

02 ค้นพบด้วยจัตุรัสบนด้าน 6

03 หาความยาวด้านตรงข้ามมุมฉาก 8

04 หาความยาวด้านประกอบมุมฉาก 10

แบบทดสอบทบทวน บทที่ 1 12

บทที่ 2 การนำไปใช้

05 รูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่ซ่อนในรูป 14

06 ระยะทางและความสูงในชีวิตจริง 16

07 ระยะห่างระหว่างจุดบนระนาบพิกัด 18

08 ใช้ทฤษฎีบทสองครั้ง และในรูปสามมิติ 20

แบบทดสอบทบทวน บทที่ 2 22

บทที่ 3 บทกลับของทฤษฎีบทพีทาโกรัส

09 บทกลับของทฤษฎีบทพีทาโกรัส 24

10 ตรวจมุมฉาก และสามสิ่งพีทาโกรัส 26

11 ทฤษฎีบทหรือบทกลับ: เลือกใช้ 28

แบบทดสอบทบทวน บทที่ 3 30

เฉลยแบบฝึกหัดเบื้องต้น 32

บันทึกความก้าวหน้าของฉัน 34

ใช้เล่มนี้อย่างไร

ทุกบทเรียนมี 2 หน้า วางโครงเหมือนกันทุกบท เรียนทีละเรื่อง ทีละขั้น

1 หน้าซ้าย · เรียนรู้ผ่านโจทย์

อ่านโจทย์ข้อ 1 และ 2 ดูรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก จัตุรัสบนด้าน และภาพสถานการณ์ แล้วเติมคำตอบลงในช่องทีละขั้น เพื่อค้นพบวิธีคิดด้วยตัวเอง

2 ก้าวขั้นอีกขั้น

กล่องสีเทาท้ายหน้า บอกเหตุผลเบื้องหลัง ทางลัด หรือเรื่องที่ต่อยอดได้

3 หน้าขวา · สรุป + ฝึก

อ่านแถบสรุปด้านบน ทำแบบฝึกหัดเบื้องต้นเรียงจากง่ายไปยาก แล้วตรวจกับเฉลยโจทย์หน้าซ้ายและเฉลยท้ายเล่ม

4 แบบทดสอบทบทวน

ท้ายแต่ละบท มีคะแนนกำกับทุกข้อ ลองทำโดยไม่เปิดดูบทเรียน แล้วรวมคะแนน

สัญลักษณ์ที่ใช้ในเล่ม

$\hat{ACB} = 90°$	มุม ACB เป็นมุมฉาก (ในรูปเขียนสี่เหลี่ยมเล็กที่มุม)
$\triangle ABC$	รูปสามเหลี่ยม ABC
$\overline{AB}$ · AB	ส่วนของเส้นตรง AB · AB (ไม่มีขีด) คือความยาวของส่วนของเส้นตรง AB
a^2	a ยกกำลังสอง = $a \times a$ = พื้นที่ของจัตุรัสที่ยาวด้านละ a
— —	สีของด้าน: **ฟ้า** = ด้านประกอบมุมฉาก · **ม่วง** = ด้านตรงข้ามมุมฉาก
- - - -	เส้นช่วย (เส้นประสีส้ม)

ทบทวนก่อนเริ่ม

- มุมฉากมีขนาด 90°
- $5^2 = 5 \times 5 = 25$ (เล่มเลขยกกำลัง ม.1)
- พื้นที่รูปสามเหลี่ยม = $\frac{1}{2} \times$ ฐาน $\times$ สูง
- คู่อันดับ (x, y) บนระนาบพิกัด (เล่มกราฟ ม.1)



เล่มนี้ไม่ต้องรีบ ทำทีละบทเรียน ถ้าติดตรงไหน ย้อนไปดูโจทย์ข้อ 1–2 ของบทเรียนนั้นอีกรอบ

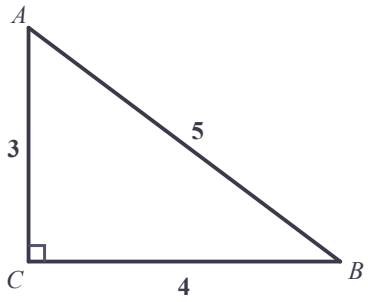
01 รูปสามเหลี่ยมมุมฉากและกำลังสอง

ต่อจากเล่มเลขยกกำลัง ม.1: $5^2 = 5 \times 5$ · บทนี้ทำความรู้จักด้านทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก แล้วจะเห็นว่ากำลังสองเกี่ยวข้องอย่างไร

โจทย์ข้อ 1 ด้านไหนอยู่ตรงข้ามมุมฉาก

1. เครื่องหมายมุมฉาก (สี่เหลี่ยมเล็กที่มุม) อยู่ที่จุดยอด [ ] มุมนี้มีขนาด [ ] องศา
2. ด้านที่**ไม่ได้เป็นแขน**ของมุมฉาก คือด้าน [ ] เรียกว่า ด้านตรงข้ามมุมฉาก
3. อีกสองด้าน [ ] และ [ ] เป็นแขนของมุมฉาก เรียกว่า ด้านประกอบมุมฉาก
4. วัดได้ AB = 5 เซนติเมตร BC = 4 ซม. AC = 3 ซม. ด้านตรงข้ามมุมฉากยาว [ ]

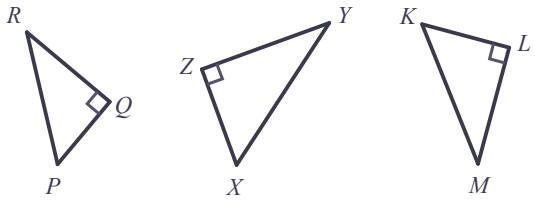
หาเครื่องหมายมุมฉากก่อน



โจทย์ข้อ 2 รูปเดิม หมุนและพลิก 3 แบบ

1. (ก) มุมฉากอยู่ที่ Q ด้านตรงข้ามมุมฉากคือ [ ] (ข) ด้านตรงข้ามมุมฉากคือ [ ]
2. (ค) มุมฉากอยู่ที่จุด [ ] ด้านตรงข้ามมุมฉากคือ [ ]
3. หมุนหรือพลิกรูปแล้ว ด้านตรงข้ามมุมฉากยังอยู่ตรงข้าม [ ] เสมอ

หมุนรูป ชื่อด้านไม่เปลี่ยน



ก้าวขึ้นอีกขั้น

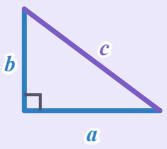
กำลังสองคือพื้นที่จัตุรัส

$5^2 = 5 \times 5 =$ [ ] คือพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่ยาวด้านละ 5 หน่วย · จัตุรัสยาวด้านละ 12 หน่วย มีพื้นที่ [ ] ตารางหน่วย · บทเรียนหน้าจะสร้างจัตุรัสบนด้านทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก



รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก มีมุมฉาก 1 มุม · **ด้านตรงข้ามมุมฉาก** อยู่ตรงข้ามมุมฉากและ**ยาวที่สุด** · อีกสองด้านเป็นแขนของมุมฉาก เรียกว่า **ด้านประกอบมุมฉาก**

ด้านประกอบมุมฉาก ด้านตรงข้ามมุมฉาก

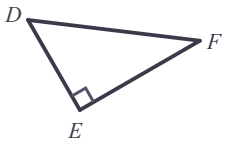


แบบฝึกหัดเบื้องต้น

เฉลยท้ายเล่ม หน้า 32

หาด้านตรงข้ามมุมฉากในรูป แล้วฝึกยกกำลังสอง (ความยาวมีหน่วยเป็นเซนติเมตร)

(1) มุมฉากอยู่ที่จุด ☐ ด้านตรงข้ามมุมฉากคือ ☐



(2) มุมฉากอยู่ที่จุด ☐ ด้านตรงข้ามมุมฉากคือ ☐



(3) มุมฉากอยู่ที่จุด ☐ ด้านตรงข้ามมุมฉากคือ ☐



(4) $7^2 =$ ☐ $11^2 =$ ☐ $15^2 =$ ☐

(5) $0.5^2 =$ ☐ $1.2^2 =$ ☐

(6) จำนวนบวกที่ยกกำลังสองได้ 81 คือ ☐ และที่ยกกำลังสองได้ 196 คือ ☐

(7) รูปสามเหลี่ยมมุมฉากรูปหนึ่งมีด้านยาว 6, 10 และ 8 เซนติเมตร ด้านใดเป็นด้านตรงข้ามมุมฉาก

(8) น้ำฝนบอกว่า “ด้านที่อยู่ล่างสุดของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากคือด้านตรงข้ามมุมฉากเสมอ” ถูกหรือไม่ เพราะอะไร

เฉลยโจทย์หน้าซ้าย

โจทย์ข้อ 1 C , 90 , AB , BC , AC , ที่สุด โจทย์ข้อ 2 PR , XY , L , KM , มุมฉาก

ตารางกำลังสอง

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
n^2	1	4	9	16	25	36	49	64	81	100	121	144	169
n	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	
n^2	196	225	256	289	324	361	400	441	484	529	576	625	



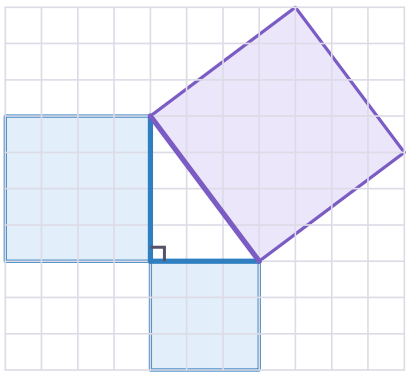
02 ค้นพบด้วยจัตุรัสบนด้าน

บทเรียน 01 รู้แล้วว่ากำลังสองคือพื้นที่จัตุรัส ลองสร้างจัตุรัสบนด้านทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากบนกระดาษตาราง แล้วเทียบพื้นที่

โจทย์ข้อ 1 รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก 3-4-5 บนกระดาษตาราง

1. จัตุรัสบนด้านประกอบมุมฉากที่ยาว 3 หน่วย มีพื้นที่ ☐ ตารางหน่วย
2. จัตุรัสบนด้านประกอบมุมฉากที่ยาว 4 หน่วย มีพื้นที่ ☐ ตารางหน่วย
3. วัดด้านตรงข้ามมุมฉากได้ 5 หน่วย จัตุรัสบนด้านนี้มีพื้นที่ ☐ ตารางหน่วย
4. พื้นที่ของจัตุรัสเล็กสองรูปรวมกันได้ ☐ เท่ากับพื้นที่จัตุรัสบน ☐

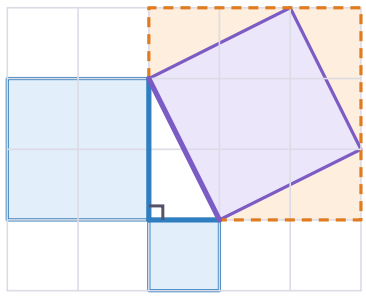
นับช่องในจัตุรัส



โจทย์ข้อ 2 ด้านประกอบมุมฉากยาว 1 กับ 2: จัตุรัสเอียงนับช่องยาก ใช้กรอบล้อม

1. ล้อมจัตุรัสเอียงด้วยกรอบเส้นประขนาด ☐ × ☐ มีพื้นที่ ☐ ตารางหน่วย
2. มุมกรอบมีรูปสามเหลี่ยม 4 รูป แต่ละรูปมีพื้นที่ $\frac{1}{2} \times 1 \times 2 =$ ☐ ตารางหน่วย
3. พื้นที่จัตุรัสเอียง = พื้นที่กรอบ − พื้นที่สามเหลี่ยม 4 รูป = ☐ ตารางหน่วย
4. จัตุรัสบนด้านประกอบมุมฉากมีพื้นที่ ☐ และ ☐ รวมกันเท่ากับพื้นที่จัตุรัสเอียงอีกแล้ว

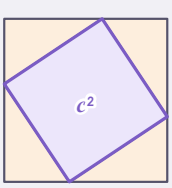
ล้อมกรอบ แล้วตัดมุม

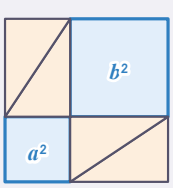


ก้าวขึ้นอีกขั้น

พิสูจน์ด้วยภาพ

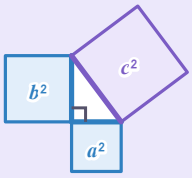
จัตุรัสสองรูปยาวด้านละ $a+b$ เท่ากัน ใส่รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก 4 รูปเท่ากัน · รูปซ้ายเหลือที่ว่างเป็นจัตุรัส c^2 รูป ขวาเหลือ a^2 กับ b^2 ที่ว่างเท่ากันจึงได้ ☐







ทฤษฎีบทพีทาโกรัส ในรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก พื้นที่จัตุรัสบน**ด้านตรงข้ามมุมฉาก** เท่ากับผลบวกของพื้นที่จัตุรัสบน**ด้านประกอบมุมฉาก**ทั้งสอง $c^2 = a^2 + b^2$ (c คือความยาวด้านตรงข้ามมุมฉาก)



แบบฝึกหัดเบื้องต้น

เฉลยท้ายเล่ม หน้า 32

พื้นที่มีหน่วยเป็นตารางหน่วย

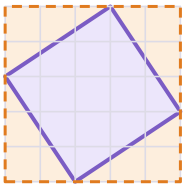
(1) จัตุรัสบนด้านประกอบมุมฉากมีพื้นที่ 36 และ 64 จัตุรัสบนด้านตรงข้ามมุมฉากมีพื้นที่ ☐

(2) จัตุรัสบนด้านตรงข้ามมุมฉากมีพื้นที่ 169 บนด้านประกอบมุมฉากด้านหนึ่ง 25 อีกด้านมีพื้นที่ ☐

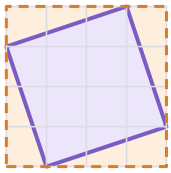
(3) จัตุรัสบนด้านประกอบมุมฉากมีพื้นที่ 2.25 และ 4 จัตุรัสบนด้านตรงข้ามมุมฉากมีพื้นที่ ☐

(4) รูปสามเหลี่ยมมุมฉากมีด้าน a, b, c โดย c เป็นด้านตรงข้ามมุมฉาก เขียนความสัมพันธ์ได้ ☐

(5) ใช้กรอบล้อม จัตุรัสเอียงนี้มีพื้นที่ ☐ ตารางหน่วย



(6) ใช้กรอบล้อม จัตุรัสเอียงนี้มีพื้นที่ ☐ ตารางหน่วย



(7) ด้านประกอบมุมฉากยาว 5 และ 12 หน่วย ด้านตรงข้ามมุมฉากยาว 13 หน่วย ตรวจว่าพื้นที่จัตุรัสสอดคล้องกับทฤษฎีบทพีทาโกรัส

(8) มีจัตุรัส 3 รูป พื้นที่ 16, 25 และ 36 ตารางหน่วย นำด้านของจัตุรัสมาต่อเป็นรูปสามเหลี่ยม จะได้รูปสามเหลี่ยมมุมฉากไหม

เฉลยโจทย์หน้าซ้าย
โจทย์ข้อ 1 9 , 16 , 25 , 25 , ด้านตรงข้ามมุมฉาก โจทย์ข้อ 2 3 , 3 , 9 , 1 , 5 , 1 , 4

ระวัง! ทฤษฎีบทนี้ใช้กับ**รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก**เท่านั้น และ c ต้องเป็นด้านตรงข้ามมุมฉากเสมอ ถ้าพื้นที่ไม่สอดคล้องกัน รูปนั้นไม่มีมุมฉาก (เรียนต่อในบทที่ 3)



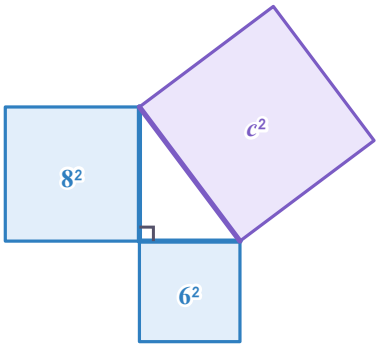
03 หาความยาวด้านตรงข้ามมุมฉาก

บทเรียน 02 พบว่า $c^2 = a^2 + b^2$ ถ้ารู้ด้านประกอบมุมฉากทั้งสองด้าน ยกกำลังสองแล้วบวกกัน ก็หาด้านตรงข้ามมุมฉากได้

โจทย์ข้อ 1 ด้านประกอบมุมฉากยาว 6 เซนติเมตร และ 8 เซนติเมตร

1. แทนค่าใน $c^2 = a^2 + b^2$ ได้ $c^2 = 6^2 + 8^2 =$ ☐ + ☐
2. ดังนั้น $c^2 =$ ☐
3. หาจำนวนบวกที่ยกกำลังสองแล้วได้ c^2: $c =$ ☐ ซม.
4. ตรวจ: นำ c ที่ได้คูณตัวเอง ต้องได้ c^2 ในขั้นที่ 2
5. **ลองอีกข้อ** ด้านประกอบมุมฉากยาว 9 ซม. และ 40 ซม. ด้านตรงข้ามมุมฉากยาว ☐ ซม.

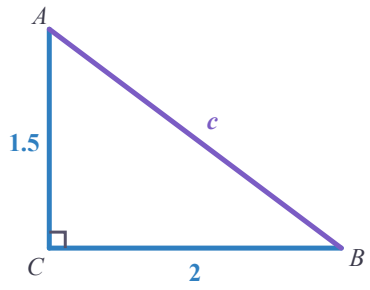
c^2 = จัตุรัสสองรูปรวมกัน



โจทย์ข้อ 2 ด้านประกอบมุมฉากยาว 1.5 เมตร และ 2 เมตร

1. $c^2 = 1.5^2 + 2^2 =$ ☐ + ☐ = ☐
2. $2^2 = 4$ และ $3^2 = 9$ ดังนั้น c อยู่ระหว่าง ☐ กับ ☐
3. ลองทศนิยมตรงกลาง: $c =$ ☐ ม. เพราะยกกำลังสองแล้วได้ c^2 ในขั้นที่ 1 พอดี
4. **ลองอีกข้อ** ด้านประกอบมุมฉากยาว 0.9 ม. และ 1.2 ม. ด้านตรงข้ามมุมฉากยาว ☐ ม.

ทศนิยมก็ใช้ได้



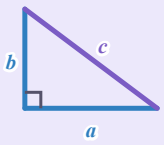
ก้าวขึ้นอีกขั้น

ตอบ 10 ไม่ตอบ −10

$(-10)^2$ ก็เท่ากับ 100 แต่ความยาวเป็นจำนวนบวกเสมอ จึงตอบ $c = 10$ · คูณ 3-4-5 ด้วย 2 ได้ 6-8-10 คูณด้วย 3 ได้ ☐-☐-☐ ก็เป็นด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากเช่นกัน



หาด้านตรงข้ามมุมฉาก ยกกำลังสองด้านประกอบมุมฉากทั้งสอง → **บวก**กัน → หาจำนวนบวกที่ยกกำลังสองได้ผลบวกนั้น $c^2 = a^2 + b^2$



แบบฝึกหัดเบื้องต้น

→ เฉลยท้ายเล่ม หน้า 32

หาด้านตรงข้ามมุมฉาก (ความยาวมีหน่วยเป็นเซนติเมตร (ซม.) ถ้าไม่บอกหน่วยอื่น)

(1) ด้านประกอบมุมฉากยาว 9 และ 12 ซม. ด้านตรงข้ามมุมฉากยาว ☐ ซม.

(2) ด้านประกอบมุมฉากยาว 5 และ 12 ซม. ด้านตรงข้ามมุมฉากยาว ☐ ซม.

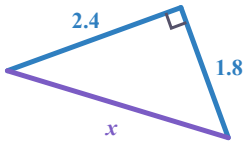
(3) ด้านประกอบมุมฉากยาว 8 และ 15 ซม. ด้านตรงข้ามมุมฉากยาว ☐ ซม.

(4) ด้านประกอบมุมฉากยาว 7 และ 24 ซม. ด้านตรงข้ามมุมฉากยาว ☐ ซม.

(5) ด้านประกอบมุมฉากยาว 0.6 และ 0.8 ม. ด้านตรงข้ามมุมฉากยาว ☐ ม.

(6) ด้านประกอบมุมฉากยาว 20 ซม. และ 21 ซม. ด้านตรงข้ามมุมฉากยาวเท่าไร

(7) หาความยาวของด้าน x ในรูป (หน่วยเป็นเมตร)



(8) รูปสามเหลี่ยมมุมฉากมีด้านประกอบมุมฉากยาว 12 ซม. และ 16 ซม. ความยาวรอบรูปเท่าไร

เฉลยโจทย์หน้าซ้าย
โจทย์ข้อ 1 36 , 64 , 100 , 10 , 41 โจทย์ข้อ 2 2.25 , 4 , 6.25 , 2 , 3 , 2.5 , 1.5

ระวัง! c ไม่เท่ากับ $a + b$ ด้านประกอบมุมฉากยาว 6 กับ 8 ถ้าบวกกันได้ 14 แต่ $c = 10$ · ด้านตรงข้ามมุมฉากยาวกว่าด้านอื่น แต่**สั้นกว่า**ผลบวกของอีกสองด้านเสมอ (ทางเดินอ้อมยาวกว่าทางตรง)



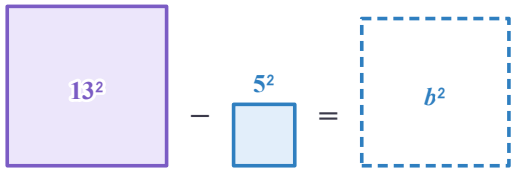
04 หาความยาวด้านประกอบมุมฉาก

ถ้ารู้ด้านตรงข้ามมุมฉากกับด้านประกอบมุมฉากด้านหนึ่ง ใช้ $c^2 = a^2 + b^2$ ย้อนกลับ (ต่อจากบทเรียน 03): จัตุรัสใหญ่**ลบ**จัตุรัสเล็ก

โจทย์ข้อ 1 ด้านตรงข้ามมุมฉากยาว 13 หน่วย ด้านประกอบมุมฉากยาว 5 หน่วย

1. $13^2 = 5^2 + b^2$ ดังนั้น $b^2 = 13^2 - 5^2$ = ☐ − ☐
2. b^2 = ☐ จึงได้ b = ☐ หน่วย
3. ตรวจ: นำ b ที่ได้ยกกำลังสอง บวก 5^2 ได้ ☐ เท่ากับ 13^2

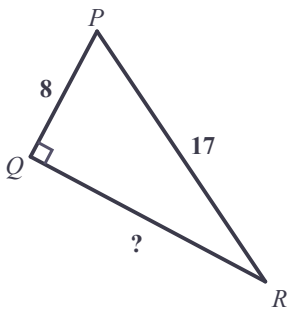
จัตุรัสใหญ่ลบจัตุรัสเล็ก



โจทย์ข้อ 2 ชื่อด้านเป็นตัวอักษรสองตัว: หาก่อนว่าด้านใดตรงข้ามมุมฉาก

1. มุมฉากอยู่ที่จุด ☐ ด้านตรงข้ามมุมฉากจึงเป็น ☐
2. QR^2 = ☐ − ☐ = ☐
3. QR = ☐ หน่วย
4. **ลองอีกข้อ** ถ้า PR = 25 และ QR = 24 จะได้ PQ = ☐ หน่วย

หามุมฉากก่อน



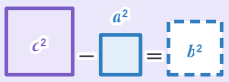
ก้าวขึ้นอีกขั้น

ถ้าไม่ได้จำนวนเต็ม

ด้านประกอบมุมฉากยาว 5 กับ 5 ได้ $c^2 = 50$ ไม่มีจำนวนเต็มที่ยกกำลังสองได้ 50 เพราะ 7^2 = ☐ และ 8^2 = ☐ · เขียน $c = \sqrt{50}$ อ่านว่า รากที่สองของ 50 มีค่าอยู่ระหว่าง 7 กับ 8 (เรียนต่อในเล่มจำนวนจริง)



หาด้านประกอบมุมฉาก หาด้านตรงข้ามมุมฉากให้ได้ก่อน → $b^2 = c^2 - a^2$ (**ลบ**) → หาจำนวนบวกที่ยกกำลังสองได้ผลต่างนั้น



แบบฝึกหัดเบื้องต้น

เฉลยท้ายเล่ม หน้า 32

หาด้านประกอบมุมฉาก (ความยาวมีหน่วยเป็นเซนติเมตร (ซม.) ถ้าไม่บอกหน่วยอื่น)

(1) ด้านตรงข้ามมุมฉากยาว 10 ซม. ด้านประกอบมุมฉากด้านหนึ่งยาว 6 ซม. อีกด้านยาว

[ ] ซม.

(2) ด้านตรงข้ามมุมฉากยาว 25 ซม. ด้านประกอบมุมฉากด้านหนึ่งยาว 24 ซม. อีกด้านยาว

[ ] ซม.

(3) ด้านตรงข้ามมุมฉากยาว 17 ซม. ด้านประกอบมุมฉากด้านหนึ่งยาว 15 ซม. อีกด้านยาว

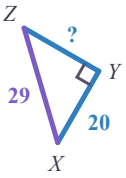
[ ] ซม.

(4) ด้านตรงข้ามมุมฉากยาว 2.5 ม. ด้านประกอบมุมฉากด้านหนึ่งยาว 1.5 ม. อีกด้านยาว

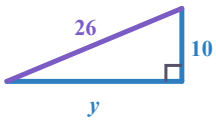
[ ] ม.

(5) มุมฉากอยู่ที่ Y XZ = 29 XY = 20

ดังนั้น YZ = [ ]



(6) หาความยาวของด้าน y (หน่วยเป็นเซนติเมตร)



(7) รูปสามเหลี่ยมมุมฉากมีด้านตรงข้ามมุมฉากยาว 15 ซม. ด้านประกอบมุมฉากด้านหนึ่งยาว 9 ซม. มีพื้นที่เท่าไร

(8) ต้นกล้าหาด้านประกอบมุมฉากเมื่อด้านตรงข้ามมุมฉากยาว 13 อีกด้านยาว 12 โดยเขียน $b^2 = 13^2 + 12^2 = 313$ ผิดตรงไหน คำตอบที่ถูกคือเท่าไร

เฉลยโจทย์หน้าซ้าย

โจทย์ข้อ 1 169 , 25 , 144 , 12 , 169 **โจทย์ข้อ 2** Q , PR , 289 , 64 , 225 , 15 , 7

กับดัก! หา**ด้านประกอบมุมฉาก**ต้อง**ลบ** ไม่ใช่บวก · ถ้าได้ด้านประกอบมุมฉากยาวกว่าด้านตรงข้ามมุมฉาก แสดงว่าคิดผิดแน่นอน



แบบทดสอบทบทวน

บทที่ 1 รู้จักทฤษฎีบทพีทาโกรัส

ชื่อ _____ ชั้น _____ เลขที่ _____

คะแนน

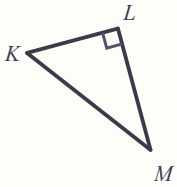
_____

/ 100



1 10 คะแนน

รูปสามเหลี่ยม KLM มีมุมฉากที่ L ด้านตรงข้ามมุมฉากคือด้านใด และเป็นด้านที่ยาวที่สุดหรือไม่

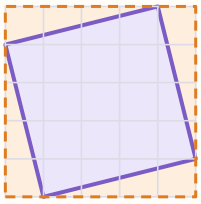


2 10 คะแนน

จัตุรัสบนด้านประกอบมุมฉากของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากมีพื้นที่ 49 และ 576 ตารางหน่วย จัตุรัสบนด้านตรงข้ามมุมฉากมีพื้นที่เท่าไร และด้านตรงข้ามมุมฉากยาวเท่าไร

3 10 คะแนน

ใช้กรอบล้อม หาพื้นที่ของจัตุรัสเอียงบนกระดาษตาราง



4 10 คะแนน

ด้านประกอบมุมฉากยาว 15 ซม. และ 20 ซม. ด้านตรงข้ามมุมฉากยาวเท่าไร

5 10 คะแนน

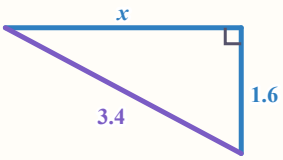
ด้านประกอบมุมฉากยาว 1.2 ม. และ 3.5 ม. ด้านตรงข้ามมุมฉากยาวเท่าไร

6 10 คะแนน

ด้านตรงข้ามมุมฉากยาว 41 ซม. ด้านประกอบมุมฉากด้านหนึ่งยาว 9 ซม. อีกด้านยาวเท่าไร

7 10 คะแนน

หาความยาวของด้าน x (หน่วยเป็นเมตร)



8 10 คะแนน

ใบบัวหาด้านตรงข้ามมุมฉากเมื่อด้านประกอบมุมฉากยาว 6 กับ 8 โดยตอบว่า 14 เพราะ $6 + 8 = 14$ ถูกหรือไม่ ถ้าไม่ถูก คำตอบที่ถูกคือเท่าไร

9 10 คะแนน

รูปสามเหลี่ยมมุมฉากมีด้านประกอบมุมฉากยาว 9 ซม. และ 12 ซม. จงหาความยาวรอบรูปและพื้นที่

10 10 คะแนน

รูปสามเหลี่ยมมุมฉากมีพื้นที่ 30 ตร.ซม. ด้านประกอบมุมฉากด้านหนึ่งยาว 5 ซม. ด้านตรงข้ามมุมฉากยาวเท่าไร

ก้าวขึ้นอีกขั้น

รู้หรือไม่

แผ่นดินเหนียวของชาวบาบิโลนอายุราว 3,800 ปี มีรายการชุดจำนวนแบบ 3-4-5 ก่อนยุคของพีทาโกรัสนับพันปี แต่การ**พิสูจน์**ว่าจริงกับรูปสามเหลี่ยมมุมฉากทุกรูป เป็นสิ่งที่นักคณิตศาสตร์ชาวกรีกให้ความสำคัญ

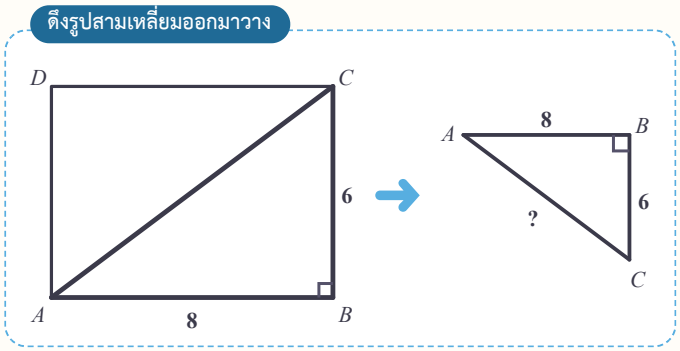


05 รูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่ซ่อนในรูป

รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าและรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วมีรูปสามเหลี่ยมมุมฉากซ่อนอยู่ ระบายสีแล้วดึงออกมา ใช้บทเรียน 03–04 ได้ทันที

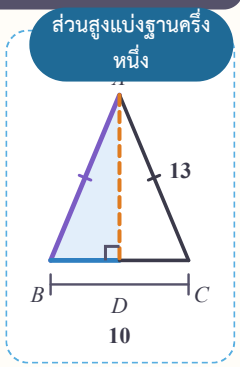
โจทย์ข้อ 1 เส้นทแยงมุมของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า 8 × 6 เซนติเมตร

1. เส้นทแยงมุม AC แบ่งรูปเป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก 2 รูป มุมฉากของ $\triangle ABC$ อยู่ที่จุด ☐
2. AC เป็นด้าน ☐ จึงได้ AC^2 = ☐
3. AC = ☐ ซม. และเส้นทแยงมุม BD ก็ยาว ☐ ซม. เท่ากัน



โจทย์ข้อ 2 รูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว ฐาน 10 ซม. ด้านที่ยาวเท่ากันยาว 13 ซม.

1. ลากส่วนสูง AD ตั้งฉากกับฐาน แบ่งฐานเป็นสองส่วนเท่ากัน BD = ☐ ซม.
2. ใน $\triangle ABD$ มีมุมฉากที่ D จึงได้ $AD^2 = AB^2 - BD^2$ = ☐
3. ส่วนสูง AD = ☐ ซม.
4. พื้นที่ $\triangle ABC = \frac{1}{2} \times$ ฐาน $\times$ สูง = ☐ ตารางเซนติเมตร



ก้าวขึ้นอีกขั้น

จอ “32 นิ้ว” วัดตรงไหน

ขนาดจอโทรทัศน์วัดตาม**แนวทแยง** ไม่ใช่ความกว้าง · จอกว้าง 40 นิ้ว สูง 30 นิ้ว แนวทแยงยาว ☐ นิ้ว จึงเรียกว่าจอ 50 นิ้ว (1 นิ้ว ≈ 2.54 ซม.)



หารูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่ซ่อนอยู่ เส้นทแยงมุมของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า · ส่วนสูงของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว (แบ่งฐานครึ่งหนึ่ง) · เส้นทแยงมุมของรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน · ระบายสีรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก แล้วดึงออกมาวาง



แบบฝึกหัดเบื้องต้น

เฉลยท้ายเล่ม หน้า 32

ความยาวมีหน่วยเป็นเซนติเมตร (ซม.)

(1) รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ากว้าง 5 ซม. ยาว 12 ซม. เส้นทแยงมุมยาว ☐ ซม.

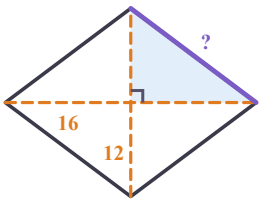
(2) รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ากว้าง 7 ซม. ยาว 24 ซม. เส้นทแยงมุมยาว ☐ ซม.

(3) รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ากว้าง 8 ซม. เส้นทแยงมุมยาว 17 ซม. ด้านยาวยาว ☐ ซม.

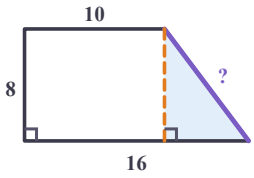
(4) รูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วฐานยาว 16 ซม. ด้านที่ยาวเท่ากันยาว 17 ซม. ส่วนสูงยาว ☐ ซม.

(5) รูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วมีด้านที่ยาวเท่ากันด้านละ 10 ซม. ส่วนสูงยาว 8 ซม. ฐานยาวเท่าไร

(6) รูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูนมีเส้นทแยงมุมยาว 16 ซม. และ 12 ซม. ซึ่งตั้งฉากและแบ่งครึ่งซึ่งกันและกัน ด้านยาวเท่าไร



(7) รูปสี่เหลี่ยมคางหมูมีมุมฉากสองมุม ด้านคู่ขนานยาว 10 ซม. และ 16 ซม. สูง 8 ซม. ด้านเอียงยาวเท่าไร



(8) รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ายาว 12 ซม. เส้นทแยงมุมยาว 15 ซม. มีพื้นที่เท่าไร

เฉลยโจทย์หน้าซ้าย

โจทย์ข้อ 1 B , ตรงข้ามมุมฉาก , 100 , 10 , 10 โจทย์ข้อ 2 5 , 144 , 12 , 60

ระวัง! ส่วนสูงของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วแบ่ง**ฐาน**เป็นสองส่วนเท่ากัน ใช้**ครึ่งฐาน**เป็นด้านประกอบมุมฉาก ไม่ใช่ฐานทั้งหมด

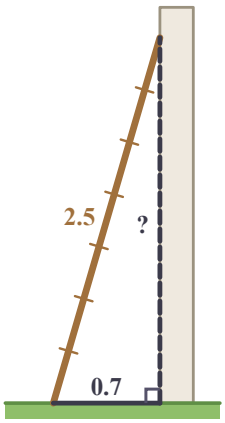


06 ระยะทางและความสูงในชีวิตจริง

โจทย์ปัญหา: ถามอะไร วาดภาพ หามุมฉาก ด้านใดตรงข้ามมุมฉาก บวกหรือลบ ตอบเป็นประโยค

โจทย์ข้อ 1 บันไดยาว 2.5 เมตร พิงกำแพง เท้าบันไดห่างกำแพง 0.7 เมตร

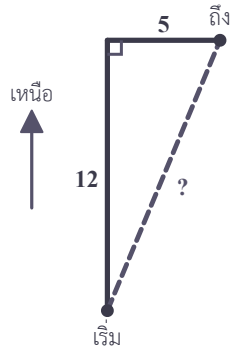
ภาพตามมาตราส่วน



1. กำแพงตั้งฉากกับพื้น บันไดอยู่ตรงข้ามมุมฉาก จึงเป็น ____
2. ยกกำลังสองความยาวที่รู้: 2.5^2 = ____ และ 0.7^2 = ____
3. (ความสูง)^2 = ____ ซึ่งอยู่ระหว่าง 2^2 กับ 3^2 ได้ปลายบันไดสูงจากพื้น ____ ม.
4. **ลองอีกข้อ** บันไดยาว 1.3 ม. เท้าห่างกำแพง 0.5 ม. ปลายบันไดสูง ____ ม.

โจทย์ข้อ 2 เดินไปทางทิศเหนือ 12 กิโลเมตร แล้วไปทางทิศตะวันออก 5 กม.

ภาพตามมาตราส่วน

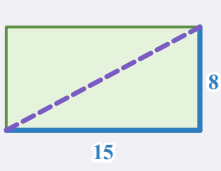


1. ทิศเหนือกับทิศตะวันออกตั้งฉากกัน เส้นทางสองช่วงเป็น ____
2. 12^2 = ____ และ 5^2 = ____ จึงได้ (ระยะห่างจากจุดเริ่มต้น)^2 = ____
3. อยู่ห่างจากจุดเริ่มต้น ____ กม. แต่เดินจริงรวม ____ กม.
4. **ลองอีกข้อ** ไปทางทิศใต้ 8 กม. แล้วไปทางทิศตะวันตก 15 กม. ห่างจุดเริ่มต้น ____ กม.

ก้าวขึ้นอีกขั้น

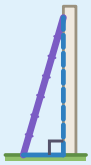
เดินลัดสนาม

สนามรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ากว้าง 8 ม. ยาว 15 ม. เดินตามขอบจากมุมหนึ่งไปมุมตรงข้ามยาว ____ ม. เดินลัดตามแนวทแยงยาว ____ ม. ประหยัดระยะทางได้ ____ ม.





โจทย์ปัญหา วาดภาพ → หามุมฉาก (กำแพงกับพื้น ทิศเหนือกับทิศตะวันออก เสากับพื้น) → ด้านที่อยู่ตรงข้ามมุมฉากยาวที่สุด (บันได ลวด สายว่าว) → หาด้านตรงข้ามมุมฉากใช้**บวก** หาด้านประกอบมุมฉากใช้**ลบ** → ตอบพร้อมหน่วย



แบบฝึกหัดเบื้องต้น

➜ เฉลยท้ายเล่ม หน้า 32

แสดงวิธีทำ วาดภาพประกอบเองถ้าช่วยให้คิดง่ายขึ้น

(1) ว่าวลอยอยู่สูงเหนือจุดบนพื้นที่ห่างจากมือภูผา 24 ม. สายว่าวตึงยาว 25 ม. ว่าวอยู่สูงจากมือเท่าไร (ถือว่ามือกับจุดนั้นอยู่ระดับเดียวกัน)

(2) ขึงลวดจากยอดเสาสูง 4 ม. ไปยึดพื้นที่ห่างจากโคนเสา 3 ม. ลวดยาวเท่าไร

(3) เรือแล่นไปทางทิศใต้ 9 กม. แล้วไปทางทิศตะวันตก 12 กม. เรืออยู่ห่างจุดเริ่มต้นเท่าไร

(4) บันไดยาว 2.6 ม. วางเท้าบันไดห่างกำแพง 1 ม. ปลายบันไดอยู่สูงจากพื้นเท่าไร

(5) จอโทรทัศน์กว้าง 80 ซม. สูง 60 ซม. แนวทแยงของจอยาวเท่าไร

(6) สไลเดอร์ในสนามเด็กเล่นสูง 1.5 ม. ฐานยาว 2 ม. ตัวสไลเดอร์ (ด้านเอียง) ยาวเท่าไร

(7) ช่างทำโครงหลังคาจั่ว ฐานกว้าง 8 ม. ยอดจั่วสูง 3 ม. (ยอดอยู่กึ่งกลาง) ไม้ด้านเอียงแต่ละข้างยาวเท่าไร

(8) ตะวันปั่นจักรยานไปทางทิศตะวันออก 6 กม. แล้วไปทางทิศเหนือ 8 กม. ถ้ามีทางตรงจากจุดเริ่มต้น จะสั้นกว่าทางที่ปั่นเท่าไร

เฉลยโจทย์หน้าซ้าย

โจทย์ข้อ 1 ด้านตรงข้ามมุมฉาก , 6.25 , 0.49 , 5.76 , 2.4 , 1.2

โจทย์ข้อ 2 ด้านประกอบมุมฉาก , 144 , 25 , 169 , 13 , 17 , 17

ตรวจให้สมเหตุสมผล บันได ลวด และสายว่าว อยู่ตรงข้ามมุมฉาก จึงต้อง**ยาวที่สุด**เสมอ · ถ้าคำตอบความสูงยาวกว่าบันได แสดงว่าบวกแทนที่จะลบ

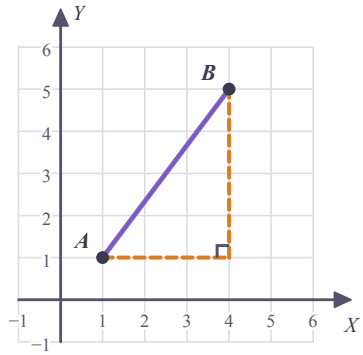


07 ระยะห่างระหว่างจุดบนระนาบพิกัด

ต่อจากเล่มกราฟ ม.1: ลากเส้นช่วยแนวนอนและแนวตั้งจากจุดสองจุด จะได้รูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่นับความยาวด้านประกอบมุมฉากได้

โจทย์ข้อ 1 จาก A(1, 1) ถึง B(4, 5)

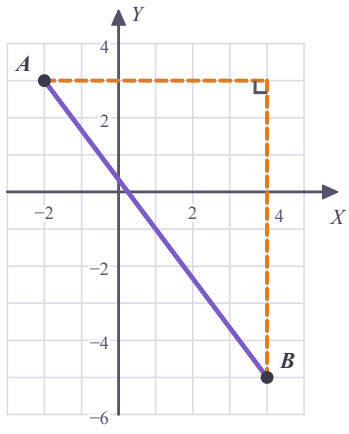
เส้นช่วยแนวนอนและแนวตั้ง



1. เส้นประจาก A ไปทางขวา กับจาก B ลงมา พบกันที่ C(☐ , ☐)
2. AC ยาว ☐ หน่วย (ผลต่างของพิกัด x) · CB ยาว ☐ หน่วย (ผลต่างของพิกัด y)
3. AB^2 = ☐ ดังนั้น AB = ☐ หน่วย

โจทย์ข้อ 2 จาก A(−2, 3) ถึง B(4, −5) (มีพิกัดลบ)

นับข้ามแกนได้



1. ผลต่างของพิกัด x: $4 - (-2)$ = ☐
2. ผลต่างของพิกัด y: $3 - (-5)$ = ☐
3. AB^2 = ☐ จึงได้ AB = ☐ หน่วย
4. **ลองอีกข้อ** P(−3, −1) กับ Q(2, 11) ห่างกัน ☐ หน่วย

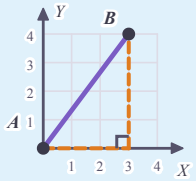
ก้าวขึ้นอีกขั้น

ระยะบนแผนที่ที่เป็นตาราง

แผนที่โรงเรียนเป็นตารางช่องละ 10 ม. โรงอาหารอยู่ที่ (2, 1) ห้องสมุดอยู่ที่ (8, 9) ห่างกัน ☐ ช่อง หรือ ☐ ม. (ม.4 จะได้เรียนสูตรระยะห่างระหว่างจุดสองจุด ซึ่งมาจากวิธีนี้)



ระยะห่างระหว่างจุดสองจุด ผลต่างของพิกัด x กับผลต่างของพิกัด y เป็นด้านประกอบมุมฉาก → ยกกำลังสอง บวกกัน → หาจำนวนบวกที่ยกกำลังสองได้ผลบวกนั้น



แบบฝึกหัดเบื้องต้น

→ เฉลยท้ายเล่ม หน้า 32

หาระยะห่างระหว่างจุด (หน่วยเป็นหน่วยบนแกน)

(1) P(0, 0) กับ Q(3, 4) ห่างกัน ☐ หน่วย

(2) P(2, 1) กับ Q(14, 6) ห่างกัน ☐ หน่วย

(3) P(−1, 2) กับ Q(5, 10) ห่างกัน ☐ หน่วย

(4) P(−4, −3) กับ Q(4, 12) ห่างกัน ☐ หน่วย

(5) P(3, −2) กับ Q(−4, 22) ห่างกัน ☐ หน่วย

(6) รูปสามเหลี่ยมมีจุดยอดที่ A(0, 0), B(6, 0) และ C(6, 8) มีความยาวรอบรูปเท่าไร

(7) M(1, 2) กับ N(1, 9) ห่างกันเท่าไร ต้องใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัสหรือไม่

(8) A(2, 3), B(5, 7), C(9, 4) รูปสามเหลี่ยม ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วหรือไม่

เฉลยโจทย์หน้าซ้าย

โจทย์ข้อ 1 4 , 1 , 3 , 4 , 25 , 5 **โจทย์ข้อ 2** 6 , 8 , 100 , 10 , 13

ระวัง! ผลต่างของพิกัดเป็นความยาวจึงเป็นบวก: $3-(-5)=8$ ไม่ใช่ -2 · ถ้าพิกัด x เท่ากัน ระยะคือผลต่างของพิกัด y เลย



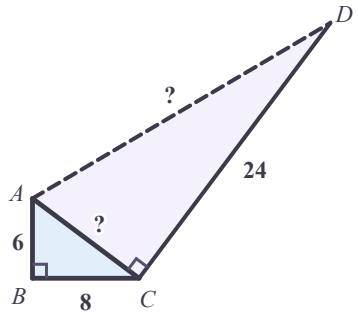
08 ใช้ทฤษฎีบทสองครั้ง และในรูปสามมิติ

บางรูปมีรูปสามเหลี่ยมมุมฉากต่อกันสองรูป ด้านที่หาได้จากรูปแรกเป็นด้านของรูปที่สอง แม้แต่ในกล่องสามมิติก็ทำแบบนี้

โจทย์ข้อ 1 รูปสามเหลี่ยมมุมฉากสองรูปต่อกัน

1. ใน $\triangle ABC$ มุม B เป็นมุมฉาก $AC^2 = 6^2 + 8^2 =$ ☐ ได้ AC = ☐
2. ใน $\triangle ACD$ มีมุมฉากที่จุด ☐ ด้าน AC เป็น ☐
3. AD^2 = ☐ + ☐ = ☐ ได้ AD = ☐
4. **ลองอีกข้อ** ถ้า AB = 5, BC = 12 และ CD = 84 จะได้ AC = ☐ และ AD = ☐

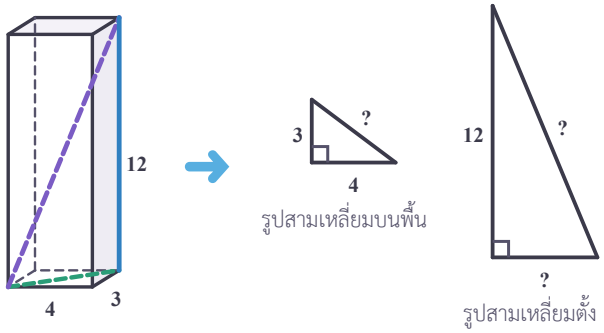
ด้านร่วม AC ส่งต่อไปรูปที่สอง



โจทย์ข้อ 2 กล่องยาว 4 ซม. กว้าง 3 ซม. สูง 12 ซม.

1. รูปสามเหลี่ยมบนพื้นกล่อง: เส้นทแยงมุมพื้นยาว ☐ ซม.
2. รูปสามเหลี่ยมตั้ง: เส้นทแยงมุมพื้นกับความสูง ☐ ซม. เป็น ☐
3. (เส้นทแยงมุมภายในกล่อง)^2 = ☐ จึงยาว ☐ ซม.
4. **ลองอีกข้อ** กล่อง 2 × 1.5 × 6 ซม. เส้นทแยงมุมพื้นยาว ☐ ซม. เส้นทแยงมุมภายในยาว ☐ ซม.

ดึงรูปสามเหลี่ยมออกมา (มาตราส่วนเดียวกัน)



ก้าวขึ้นอีกขั้น

ไม้ยาว 13.5 ซม. ใส่กล่องนี้ได้ไหม

เส้นตรงที่ยาวที่สุดที่อยู่ในกล่องได้คือเส้นทแยงมุมภายใน ยาว 13 ซม. ไม้ตรงยาว 13.5 ซม. จึงใส่ ☐ · ไม้ยาว 12.5 ซม. ใส่ ☐ (วางตามแนวทแยงมุมภายใน)



ใช้ทฤษฎีบทสองครั้ง หาด้านร่วมจากรูปแรก แล้วใช้เป็นด้านของรูปที่สอง · **กล่อง** เส้นทแยงมุมพื้น → เส้นทแยงมุมภายใน (เส้นทแยงมุมพื้นกับความสูงเป็นด้านประกอบมุมฉาก)



05 06 07 08

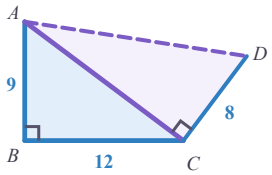
แบบฝึกหัดเบื้องต้น

➜ เฉลยท้ายเล่ม หน้า 32

ความยาวมีหน่วยเป็นเซนติเมตร (ซม.) ถ้าไม่บอกหน่วยอื่น

(1) AC = ☐

AD = ☐



(2) กล่อง 6 × 8 × 24 เส้นทแยงมุมพื้น ☐

เส้นทแยงมุมภายใน ☐

(3) กล่อง 12 × 9 × 20 เส้นทแยงมุมพื้น ☐ เส้นทแยงมุมภายใน ☐

(4) กล่อง 8 × 6 × 7.5 เส้นทแยงมุมพื้น ☐ เส้นทแยงมุมภายใน ☐

(5) กล่องยาว 2 ซม. กว้าง 3 ซม. สูง 6 ซม. เส้นทแยงมุมภายในยาวเท่าไร

(6) ห้องเก็บของกว้าง 2.4 ม. ยาว 3.2 ม. สูง 3 ม. เส้นทแยงมุมภายในห้องยาวเท่าไร

(7) แท่งไม้ตรงยาว 30 ซม. ใส่ลงในกล่องขนาด 12 × 16 × 15 ซม. ได้หรือไม่

(8) $\triangle ABC$ มุม B เป็นมุมฉาก AB = 5, BC = 12 และ $\triangle ACD$ มุม D เป็นมุมฉาก CD = 5 จงหา AD

เฉลยโจทย์หน้าซ้าย

โจทย์ข้อ 1 100 , 10 , C , ด้านประกอบมุมฉาก , 100 , 576 , 676 , 26 , 13 , 85

โจทย์ข้อ 2 5 , 12 , ด้านประกอบมุมฉาก , 169 , 13 , 2.5 , 6.5

ไม่ต้องหาความยาวกลางทาง

ถ้าเส้นทแยงมุมพื้นไม่เป็นจำนวนเต็ม เก็บไว้เป็น**กำลังสอง** แล้วบวกกับกำลังสองของความสูงต่อได้เลย เช่น กล่อง 1 × 2 × 2: 1 + 4 = 5 แล้ว 5 + 4 = ☐ เส้นทแยงมุมภายในยาว ☐



แบบทดสอบทบทวน

บทที่ 2 การนำไปใช้

ชื่อ _____ ชั้น _____ เลขที่ _____

คะแนน

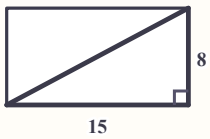
_____

/ 100



1 10 คะแนน

รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ายาว 15 ซม. กว้าง 8 ซม. เส้นทแยงมุมยาวเท่าไร

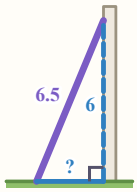


2 10 คะแนน

รูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วมีฐานยาว 14 ซม. ด้านที่ยาวเท่ากันยาวด้านละ 25 ซม. จงหาส่วนสูงและพื้นที่

3 10 คะแนน

บันไดยาว 6.5 ม. ปลายบันไดพิงกำแพงที่ความสูง 6 ม. เท้าบันไดอยู่ห่างกำแพงเท่าไร



4 10 คะแนน

น้ำฝนเดินไปทางทิศตะวันตก 15 กม. แล้วเดินไปทางทิศเหนือ 8 กม. น้ำฝนอยู่ห่างจุดเริ่มต้นเท่าไร

5 10 คะแนน

สนามรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ากว้าง 20 ม. ยาว 21 ม. เดินลัดตามแนวทแยงแทนการเดินตามขอบสองด้าน ประหยัดระยะทางได้เท่าไร

6 10 คะแนน

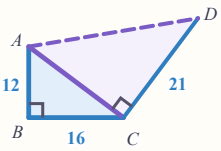
จงหาระยะห่างระหว่างจุด A(−3, −2) และ B(5, 13)

7 10 คะแนน

รูปสามเหลี่ยม PQR มีจุดยอด P(−2, 1), Q(10, 1), R(10, 6) มีความยาวรอบรูปเท่าไร

8 10 คะแนน

△ABC มุม B เป็นมุมฉาก AB = 12, BC = 16 และ △ACD มุม C เป็นมุมฉาก CD = 21 จงหา AD (หน่วยเป็นซม.)

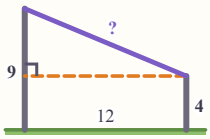


9 10 คะแนน

กล่องยาว 9 ซม. กว้าง 12 ซม. สูง 8 ซม. จงหาความยาวเส้นทแยงมุมภายใน และบอกว่าดินสอยาว 18 ซม. ใส่ในกล่องได้หรือไม่

10 10 คะแนน

เสาไฟสองต้นสูง 9 ม. และ 4 ม. ตั้งห่างกัน 12 ม. ขึงลวดจากยอดเสาต้นหนึ่งไปยอดอีกต้น ลวดยาวเท่าไร



ก้าวสู่ผู้เชี่ยวชาญ

ทฤษฎีบทพีทาโกรัสในงานช่าง

ช่างก่อสร้างใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัสหาความยาวไม้ค้ำ โครงหลังคา และบันได ช่างวางท่อหาความยาวท่อแนวทแยง นักสำรวจหาระยะทางตรงจากแผนที่ ทุกงานเริ่มจากการหารูปสามเหลี่ยมมุมฉากให้เจอ



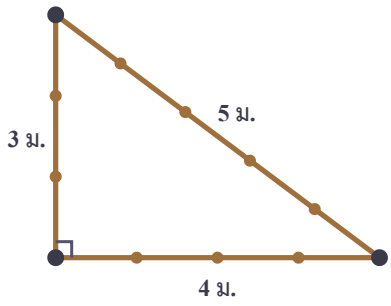
09 บทกลับของทฤษฎีบทพีทาโกรัส

ช่างวางผังบ้านขึงเชือกยาว 3, 4 และ 5 เมตร เป็นรูปสามเหลี่ยม แล้วได้มุมฉากที่มุมบ้าน ทำไมจึงได้มุมฉาก? คราวนี้เรากลับทางกัน: รู้สามด้าน แล้วบอกว่ามีมุมฉากหรือไม่

โจทย์ข้อ 1 รูปสามเหลี่ยมมีด้านยาว 9, 12 และ 15 หน่วย

1. ด้านที่ยาวที่สุดคือ ☐ ให้เป็น c
2. $a^2 + b^2 = 81 + 144 =$ ☐ และ $c^2 =$ ☐
3. $a^2 + b^2$ ☐ c^2 จึง ☐ รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก มุมฉากอยู่ตรงข้ามด้านที่ยาว ☐
4. 9-12-15 คือ 3-4-5 คูณ 3 เชือกของช่างจึงให้มุมฉากเหมือนกัน

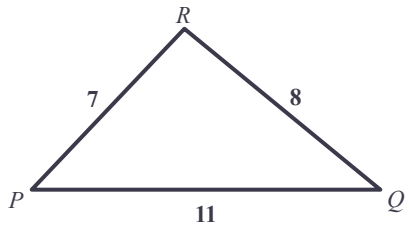
ช่างขึงเชือก 3–4–5 ม.



โจทย์ข้อ 2 รูปสามเหลี่ยมมีด้านยาว 7, 8 และ 11 หน่วย

1. ด้านที่ยาวที่สุดคือ ☐
2. $7^2 + 8^2 =$ ☐ แต่ $11^2 =$ ☐
3. เทียบสองค่าแล้ว รูปนี้ ☐ รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก
4. **ลองอีกข้อ** ด้าน 6, 7, 9: $6^2 + 7^2 =$ ☐ และ $9^2 =$ ☐ จึง ☐ รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

วาดตามขนาดจริง



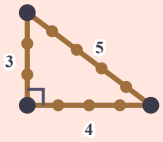
ก้าวขึ้นอีกขั้น

ต้องใช้ด้านที่ยาวที่สุดเป็น c

ด้าน 5, 13, 12 ถ้าคิด $5^2 + 13^2 = 194 \neq 12^2$ จะสรุปผิด ต้องคิด $5^2 + 12^2 =$ ☐ $= 13^2$ จึงเป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก · เกร็ด: ถ้า $a^2 + b^2 < c^2$ มุมที่ใหญ่ที่สุดเป็นมุมป้าน (เช่น 7, 8, 11)



บทกลับของทฤษฎีบทพีทาโกรัส ถ้ารูปสามเหลี่ยมมีด้านยาว a, b, c โดย c ยาวที่สุด และ $a^2 + b^2 = c^2$ แล้วรูปนั้นเป็น**รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก** มีมุมฉากอยู่ตรงข้ามด้าน c



แบบฝึกหัดเบื้องต้น

เฉลยท้ายเล่ม หน้า 32

ด้านสามด้านต่อไปนี้ เป็นหรือไม่เป็นด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

(1) 6, 8, 10 ☐

(2) 5, 6, 8 ☐

(3) 15, 8, 17 ☐

(4) 10, 24, 26 ☐

(5) 1.2, 1.6, 2 ☐

(6) 4, 5, 6 ☐

(7) $\triangle ABC$ มี AB = 20, BC = 21, AC = 29 มุมใดเป็นมุมฉาก

(8) ด้าน 7, 24, 25 กับด้าน 7, 24, 26 ชุดใดเป็นด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

เฉลยโจทย์หน้าซ้าย

โจทย์ข้อ 1 15 , 225 , 225 , = , เป็น , 15 **โจทย์ข้อ 2** 11 , 113 , 121 , ไม่เป็น , 85 , 81 , ไม่เป็น

ระวัง! เทียบ c^2 กับ $a^2 + b^2$ ไม่ใช่เทียบ c กับ $a + b$ · และต้องเลือกด้านที่ยาวที่สุดเป็น c ก่อนทุกครั้ง



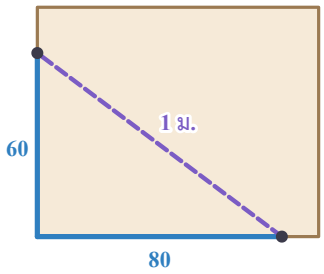
10 ตรวจมุมฉาก และสามสิ่งพีทาโกรัส

ช่างไม้ไม่มีไม้ฉากอันใหญ่ ใช้ตลับเมตรวัดสามด้านแทน แล้วใช้บทกลับจากบทเรียน 09 ตรวจว่ามุมนั้นเป็นมุมฉากหรือไม่

โจทย์ข้อ 1 ช่างวัดมุมโต๊ะ: ขอบยาว 60 ซม. กับ 80 ซม. วัดแนวทแยงได้ 1 ม.

1. เปลี่ยนหน่วยให้เหมือนกัน 1 เมตร = ☐ เซนติเมตร
2. $60^2 + 80^2 = 3,600 + 6,400 =$ ☐ และ $100^2 =$ ☐
3. สองค่า ☐ มุมโต๊ะจึง ☐ มุมฉาก
4. ถ้าวัดแนวทแยงได้ 98 ซม. มุมโต๊ะ ☐ มุมฉาก

วัดสามด้าน ไม่ต้องใช้ไม้ฉาก



โจทย์ข้อ 2 ชุดใดเป็นด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

1. ยกกำลังสอง เติมตารางทางขวา แล้วเทียบ $a^2 + b^2$ กับ c^2
2. ชุดที่ไม่เป็นด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากคือ ☐
3. จำนวนนับสามจำนวนที่ $a^2 + b^2 = c^2$ เรียกว่า สามสิ่งพีทาโกรัส

ตารางเทียบ

ชุด	$a^2 + b^2$	c^2	มุมฉาก
5-12-13			
6-9-12			
8-15-17			
20-21-29			

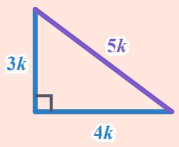
ก้าวขึ้นอีกขั้น

สร้างสามสิ่งพีทาโกรัสเอง

เลือกจำนวนนับ $m > n$ แล้วคิด $m^2 - n^2, 2mn, m^2 + n^2$ · $m = 2, n = 1$ ได้ 3, 4, 5 · $m = 3, n = 2$ ได้ ☐, ☐, ☐ · $m = 4, n = 1$ ได้ ☐, ☐, ☐



สามสิ่งพีทาโกรัส จำนวนนับ a, b, c ที่ $a^2 + b^2 = c^2$ เช่น 3-4-5, 5-12-13, 8-15-17, 7-24-25, 20-21-29 · คูณทุกจำนวนด้วยจำนวนเดียวกัน ได้ด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากชุดใหม่



แบบฝึกหัดเบื้องต้น

เฉลยท้ายเล่ม หน้า 32

ตรวจด้วยบทกลับ (ความยาวมีหน่วยเป็นเซนติเมตร ถ้าไม่บอกหน่วยอื่น)

(1) 9, 40, 41 ☐

(2) 11, 60, 61 ☐

(3) 12, 15, 20 ☐

(4) คูณ 8-15-17 ด้วย 3 ได้ ☐-☐-☐

(5) คูณ 3-4-5 ด้วย 0.5 ได้ ☐-☐-☐ ยังเป็นด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

(6) ชุดใดไม่เข้าพวก: 6-8-10 · 9-12-15 · 10-24-26 · 12-16-21

(7) ช่างทำเครื่องหมายบนพื้นห่างมุมห้อง 1.2 ม. และบนผนังสูงจากมุม 0.9 ม. วัดระยะระหว่างสองจุดได้ 1.5 ม. ผนังตั้งฉากกับพื้นหรือไม่

(8) จงหาจำนวนนับ c ที่ทำให้ 16, 30, c เป็นสามสิ่งพีทาโกรัส

เฉลยโจทย์หน้าซ้าย

โจทย์ข้อ 1 100 , 10,000 , 10,000 , เท่ากัน , เป็น , ไม่เป็น

โจทย์ข้อ 2 6-9-12 , 169 , 169 , เป็น , 117 , 144 , ไม่เป็น , 289 , 289 , เป็น , 841 , 841 , เป็น

ข้อสอบชอบหลอก 6-9-12 คือ 2-3-4 คูณ 3 แต่ 2-3-4 ไม่ใช่สามสิ่งพีทาโกรัส ($4 + 9 \neq 16$) ชุดที่คูณออกมาจึงไม่เป็นด้วย · คูณชุดที่เป็นจึงได้ชุดที่เป็น คูณชุดที่ไม่เป็นก็ได้ชุดที่ไม่เป็น



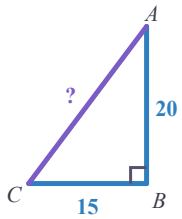
11 ทฤษฎีบทหรือบทกลับ: เลือกใช้

ทฤษฎีบทกับบทกลับใช้ความสัมพันธ์ $a^2+b^2=c^2$ เหมือนกัน แต่เริ่มจากคนละทาง อ่านโจทย์ให้ดีว่า**รู้อะไร** และ**ถามอะไร**

โจทย์ข้อ 1 รู้ว่ามีมุมฉาก ถามความยาวด้าน

1. $\triangle ABC$ มี $A\hat{B}C = 90°$ AB = 20 ซม. BC = 15 ซม. AC ยาวเท่าไร
2. โจทย์บอกว่ามี [ ] แล้วถามความยาว จึงใช้ [ ]
3. AC^2 = [ ] ดังนั้น AC = [ ] ซม.

ถ้า...แล้ว...



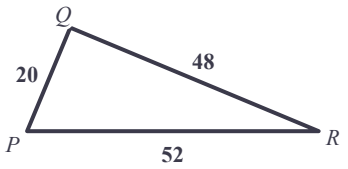
มีมุมฉาก → ทฤษฎีบท → $a^2+b^2=c^2$

$a^2+b^2=c^2$ → บทกลับ → มีมุมฉาก

โจทย์ข้อ 2 รู้สามด้าน ถามว่ามีมุมฉากหรือไม่

1. $\triangle PQR$ มี PQ = 20, QR = 48, PR = 52 หน่วย มุม Q เป็นมุมฉากหรือไม่
2. โจทย์บอกความยาว [ ] ถามว่ามีมุมฉากไหม จึงใช้ [ ]
3. 20^2+48^2 = [ ] = 52^2 จึงได้ $P\hat{Q}R$ = [ ]°

กลับทิศของลูกศร



มีมุมฉาก → ทฤษฎีบท → $a^2+b^2=c^2$

$a^2+b^2=c^2$ → บทกลับ → มีมุมฉาก

ก้าวขึ้นอีกขั้น

บทกลับคือการสลับเหตุกับผล

ทฤษฎีบท: ถ้าเป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก แล้ว $a^2+b^2=c^2$ · บทกลับ: ถ้า [ ] แล้ว [ ] · บทกลับของบางประโยคไม่จริง เช่น “ถ้าเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส แล้วมีสี่ด้าน” (เรียนต่อในเล่มการให้เหตุผลทางเรขาคณิต)



เลือกให้ถูก รู้ว่ามีมุมฉาก ถามความยาว → ใช้**ทฤษฎีบทพีทาโกรัส** · รู้ความยาวสามด้าน ถามว่ามีมุมฉากหรือไม่ → ใช้**บทกลับของทฤษฎีบทพีทาโกรัส**

มีมุมฉาก → (ทฤษฎีบท) $a^2+b^2=c^2$

$a^2+b^2=c^2$ → (บทกลับ) มีมุมฉาก

แบบฝึกหัดเบื้องต้น

เฉลยท้ายเล่ม หน้า 32

เติมว่าใช้ทฤษฎีบทหรือบทกลับ ข้อที่มีเส้นบรรทัดให้แสดงวิธีทำ

(1) $\triangle ABC$ มุม C เป็นมุมฉาก AC = 7 BC = 24 ใช้ _____ AB = _____

(2) ด้าน 10, 24, 26 มีมุมฉากหรือไม่ ใช้ _____ ตอบ _____

(3) ด้าน 2, 3, 4 มีมุมฉากหรือไม่ ใช้ _____ ตอบ _____

(4) รั้วสูง 1.6 ม. ไม้ค้ำยาว 2 ม. พาดจากยอดรั้วถึงพื้นที่ห่างโคนรั้ว 1.2 ม. รั้วตั้งฉากกับพื้นหรือไม่

(5) สนามรูปสามเหลี่ยมมุมฉากมีด้านประกอบมุมฉากยาว 30 ม. และ 40 ม. ต้องใช้เชือกยาวเท่าไรจึงล้อมรอบสนามได้หนึ่งรอบ

(6) รูปสี่เหลี่ยม ABCD มี AB = 9, BC = 12, CD = 8, AD = 17 และมุม B เป็นมุมฉาก มุม ACD เป็นมุมฉากหรือไม่

(7) ภูผาบอกว่า “ใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัสแสดงว่า ด้าน 5, 12, 13 เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก” ใช้ถูกหรือไม่

(8) A(1, 1), B(4, 5), C(8, 2) มุม B เป็นมุมฉากหรือไม่ (ใช้ AC^2 ได้เลย ไม่ต้องหา AC)

เฉลยโจทย์หน้าซ้าย

โจทย์ข้อ 1 มุมฉาก , ทฤษฎีบทพีทาโกรัส , 625 , 25 โจทย์ข้อ 2 สามด้าน , บทกลับของทฤษฎีบทพีทาโกรัส , 2,704 , 90

สรุปทั้งเล่ม หามุมฉาก → ด้านใดตรงข้ามมุมฉาก → หาด้านตรงข้ามมุมฉากใช้บวก หาด้านประกอบมุมฉากใช้ลบ · ไม่รู้ว่ามีมุมฉาก ให้ใช้บทกลับ เทียบ a^2+b^2 กับ c^2 ของด้านที่ยาวที่สุด



แบบทดสอบทบทวน

บทที่ 3 บทกลับของทฤษฎีบทพีทาโกรัส

ชื่อ _____ ชั้น _____ เลขที่ _____

คะแนน

_____

/ 100



1 10 คะแนน

ด้าน 12, 35, 37 เป็นด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากหรือไม่

2 10 คะแนน

ด้าน 9, 10, 14 เป็นด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากหรือไม่

3 10 คะแนน

$\triangle XYZ$ มี $XY = 16$, $YZ = 63$, $XZ = 65$ มุมใดเป็นมุมฉาก

4 10 คะแนน

ช่างทำประตูรั้วกว้าง 2.4 ม. สูง 1.8 ม. ต้องวัดแนวทแยงได้ยาวเท่าไร มุมของประตูจึงเป็นมุมฉาก

5 10 คะแนน

เลือก $m = 5$, $n = 2$ แล้วคิด $m^2 - n^2$, $2mn$, $m^2 + n^2$ ได้จำนวนชุดใด และเป็นสามสิ่งพีทาโกรัสหรือไม่

6 10 คะแนน

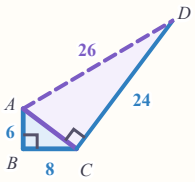
ชุดใดไม่เข้าพวก: 15-20-25 · 8-15-17 · 10-15-20 · 7-24-25

7 10 คะแนน

$\triangle ABC$ มุม B เป็นมุมฉาก AB = 2.8 ซม. BC = 4.5 ซม. ควรใช้ทฤษฎีบทหรือบทกลับหา AC และ AC ยาวเท่าไร

8 10 คะแนน

รูปสี่เหลี่ยม ABCD มี AB = 6, BC = 8, CD = 24, AD = 26 และมุม B เป็นมุมฉาก มุม ACD เป็นมุมฉากหรือไม่



9 10 คะแนน

(ทบทวนบทที่ 1) รูปสามเหลี่ยมมุมฉากมีด้านตรงข้ามมุมฉากยาว 3.9 ซม. ด้านประกอบมุมฉากด้านหนึ่งยาว 1.5 ซม. อีกด้านยาวเท่าไร

10 10 คะแนน

(ทบทวนบทที่ 2) A(−1, 2), B(2, 6), C(10, 0) จงหา AB และ BC แล้วตรวจว่ามุม B เป็นมุมฉากหรือไม่ ถ้าเป็น จงหาพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยม ABC

ก้าวต่อไปสู่ความสำเร็จ

ต่อยอดไป ม.3

เล่มถัดไป (จำนวนจริง) จะหาความยาวด้านที่ยกกำลังสองแล้วไม่ได้จำนวนเต็ม · ม.3 อัตราส่วนตรีโกณมิติใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัสหาด้านที่สามของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากก่อนทุกครั้ง



เฉลยแบบฝึกหัดเบื้องต้น

01 รูปสามเหลี่ยมมุมฉากและกำลังสอง

(1) E , DF (2) J , GH (3) U , ST (4) 49 , 121 , 225 (5) 0.25 , 1.44 (6) 9 , 14 (7) ด้านที่ยาว 10 ซม.

(8) ไม่ถูก ต้องดูว่าด้านใดอยู่ตรงข้ามมุมฉาก

02 ค้นพบด้วยจัตุรัสบนด้าน

(1) 100 (2) 144 (3) 6.25 (4) $c^2 = a^2 + b^2$ (5) 13 (6) 10 (7) สอดคล้อง ($25 + 144 = 169 = 13^2$)

(8) ไม่ได้

03 หาความยาวด้านตรงข้ามมุมฉาก

(1) 15 (2) 13 (3) 17 (4) 25 (5) 1 (6) 29 ซม. (7) 3 ม. (8) 48 ซม.

04 หาความยาวด้านประกอบมุมฉาก

(1) 8 (2) 7 (3) 8 (4) 2 (5) 21 (6) 24 ซม. (7) 54 ตร.ซม. (8) ต้องลบ ไม่ใช่บวก · $b = 5$

05 รูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่ซ่อนในรูป

(1) 13 (2) 25 (3) 15 (4) 15 (5) 12 ซม. (6) 10 ซม. (7) 10 ซม. (8) 108 ตร.ซม.

06 ระยะทางและความสูงในชีวิตจริง

(1) 7 ม. (2) 5 ม. (3) 15 กม. (4) 2.4 ม. (5) 100 ซม. (6) 2.5 ม. (7) 5 ม. (8) 4 กม.

เฉลยแบบฝึกหัดเบื้องต้น

07 ระยะห่างระหว่างจุดบนระนาบพิกัด

(1) 5 (2) 13 (3) 10 (4) 17 (5) 25 (6) 24 หน่วย (7) 7 หน่วย ไม่ต้องใช้ (8) เป็น (AB = BC = 5)

08 ใช้ทฤษฎีบทสองครั้ง และในรูปสามมิติ

(1) 15 , 17 (2) 10 , 26 (3) 15 , 25 (4) 10 , 12.5 (5) 7 ซม. (6) 5 ม. (7) ไม่ได้ (8) 12 ซม.

09 บทกลับของทฤษฎีบทพีทาโกรัส

(1) เป็น (2) ไม่เป็น (3) เป็น (4) เป็น (5) เป็น (6) ไม่เป็น (7) มุม B ($A\hat{B}C = 90°$) (8) 7, 24, 25

10 ตรวจมุมฉาก และสามสิ่งพีทาโกรัส

(1) เป็น (2) เป็น (3) ไม่เป็น (4) 24 , 45 , 51 (5) 1.5 , 2 , 2.5 (6) 12-16-21 (7) ตั้งฉาก (8) $c = 34$

11 ทฤษฎีบทหรือบทกลับ: เลือกใช้

(1) ทฤษฎีบท , 25 (2) บทกลับ , มี (3) บทกลับ , ไม่มี (4) ตั้งฉาก (ใช้บทกลับ) (5) 120 ม. (ใช้ทฤษฎีบท)

(6) เป็นมุมฉาก (7) ไม่ถูก ต้องใช้บทกลับ (8) เป็นมุมฉาก

บันทึกความก้าวหน้าของฉัน

ทำเสร็จแล้วกา ✓ ในช่อง บทเรียนไหนยังไม่มั่นใจ กาช่องสุดท้ายไว้กลับมาทบทวน

บทเรียน	เรียนหน้าซ้าย	ทำแบบฝึก	ทำถูก	อยากทบทวน
บทที่ 1 รู้จักทฤษฎีบทพีทาโกรัส				
01 รูปสามเหลี่ยมมุมฉากและกำลังสอง	☐	☐	____ / 8	☐
02 ค้นพบด้วยจัตุรัสบนด้าน	☐	☐	____ / 8	☐
03 หาความยาวด้านตรงข้ามมุมฉาก	☐	☐	____ / 8	☐
04 หาความยาวด้านประกอบมุมฉาก	☐	☐	____ / 8	☐
แบบทดสอบทบทวน บทที่ 1			____ / 100	☐
บทที่ 2 การนำไปใช้				
05 รูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่ซ่อนในรูป	☐	☐	____ / 8	☐
06 ระยะทางและความสูงในชีวิตจริง	☐	☐	____ / 8	☐
07 ระยะห่างระหว่างจุดบนระนาบพิกัด	☐	☐	____ / 8	☐
08 ใช้ทฤษฎีบทสองครั้ง และในรูปสามมิติ	☐	☐	____ / 8	☐
แบบทดสอบทบทวน บทที่ 2			____ / 100	☐
บทที่ 3 บทกลับของทฤษฎีบทพีทาโกรัส				
09 บทกลับของทฤษฎีบทพีทาโกรัส	☐	☐	____ / 8	☐
10 ตรวจมุมฉาก และสามสิ่งพีทาโกรัส	☐	☐	____ / 8	☐
11 ทฤษฎีบทหรือบทกลับ: เลือกใช้	☐	☐	____ / 8	☐
แบบทดสอบทบทวน บทที่ 3			____ / 100	☐



ครบทุกบทเรียนแล้ว เก่งมาก! เล่มถัดไป “ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง” จะหาความยาวด้านที่ไม่เป็นจำนวนเต็ม เช่น ด้านตรงข้ามมุมฉากเมื่อด้านประกอบมุมฉากยาว 1 กับ 1

บันทึก

One by One
Step by Step

เรียนทีละบท ฝึกทีละขั้น

หนังสือชุด One by One ม.2

1. **ทฤษฎีบทพีทาโกรัส**
2. ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง
3. ปริซึมและทรงกระบอก
4. การแปลงทางเรขาคณิต
5. สมบัติของเลขยกกำลัง
6. พหุนาม
7. สถิติ (2)
8. ความเท่ากันทุกประการ
9. เส้นขนาน
10. การให้เหตุผลทางเรขาคณิต
11. การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสอง



Math Step Studio
mathstepstudio.com