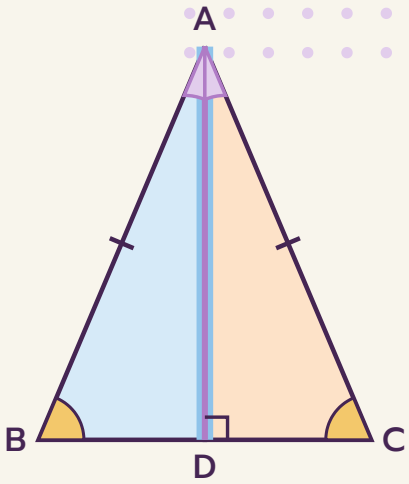
ONE BY ONE
STEP BY STEP

การให้เหตุผลทางเรขาคณิต

ม.2

10 บทเรียน · ฉบับนักเรียน









พิสูจน์ (ข้อความ)	เหตุผล
AB = AC	กำหนดให้
มุม BAD = มุม CAD	กำหนดให้
AD = AD	เป็นด้านร่วม
มุม B = มุม C	เท่ากันทุกประการ (ด.ม.ด.)

ชื่อ _____ นามสกุล _____

ชั้น ม.2/ _____ เลขที่ _____

สารบัญ

บทที่ 1 การให้เหตุผลและประโยคเงื่อนไข

01 สังเกตจากตัวอย่าง กับ ให้เหตุผลจากสมบัติ 4

02 ประโยคเงื่อนไขและบทกลับ 6

แบบทดสอบทบทวน บทที่ 1 8

บทที่ 2 ให้เหตุผลเกี่ยวกับการสร้าง

03 ทำไมการแบ่งครึ่งส่วนของเส้นตรงจึงถูก 10

04 ทำไมการสร้างมุมเท่ากันและการแบ่งครึ่งมุมจึงถูก 12

05 เส้นตั้งฉาก เส้นขนาน และการนำการสร้างไปใช้ 14

แบบทดสอบทบทวน บทที่ 2 16

บทที่ 3 รูปสามเหลี่ยมและรูปสี่เหลี่ยม

06 รูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว 18

07 บทกลับ: มุมสองมุมเท่ากัน → หน้าจั่ว 20

08 รูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน 22

09 รูปสี่เหลี่ยมชนิดต่าง ๆ 24

10 เขียนการพิสูจน์ 26

แบบทดสอบทบทวน บทที่ 3 28

เฉลยแบบฝึกหัดเบื้องต้น 30

บันทึกความก้าวหน้าของฉัน 32

ใช้เล่มนี้อย่างไร

ทุกบทเรียนมี 2 หน้า วางโครงเหมือนกันทุกบท เรียนทีละเรื่อง ทีละขั้น

1 หน้าซ้าย · เรียนรู้ผ่านโจทย์

อ่านโจทย์ข้อ 1 และ 2 ดูรูปและเครื่องหมายบนรูป (ขีด ส่วนโค้ง ลูกศรขนาน) แล้วเติมตารางพิสูจน์ แล้วเติมคำตอบลงในช่องทีละขั้น เพื่อค้นพบวิธีคิดด้วยตัวเอง

2 ก้าวขึ้นอีกขั้น

กล่องสีเทาท้ายหน้า บอกเหตุผลเบื้องหลัง ทางลัด หรือเรื่องที่ต่อยอดได้

3 หน้าขวา · สรุป + ฝึก

อ่านแถบสรุปด้านบน ทำแบบฝึกหัดเบื้องต้นเรียงจากง่ายไปยาก แล้วตรวจกับเฉลยโจทย์หน้าซ้ายและเฉลยท้ายเล่ม

4 แบบทดสอบทบทวน

ท้ายแต่ละบท มีคะแนนกำกับทุกข้อ ลองทำโดยไม่เปิดดูบทเรียน แล้วรวมคะแนน

สัญลักษณ์ที่ใช้ในเล่ม

$\hat{ABC}$	มุม ABC (หมวกอยู่บนจุดยอด B) · AB = 5 ซม. คือ AB ยาว 5 ซม.
$\triangle ABC \cong \triangle DEF$	เท่ากันทุกประการ เรียงจุดยอดที่สมนัยกันให้ตรงตำแหน่ง · เงื่อนไข ด.ม.ด. ม.ด.ม. ด.ด.ด. ฉ.ด.ด. ม.ม.ด.
$AB \parallel CD$ · $AB \perp CD$	AB ขนานกับ CD · AB ตั้งฉากกับ CD · บนรูปใช้ลูกศร > และ >> บอกเส้นที่ขนานกัน
ถ้า … แล้ว …	ประโยคเงื่อนไข: เหตุ (กำหนดให้) → ผล (ต้องการพิสูจน์) · ตารางพิสูจน์มีสองช่อง ข้อความ | เหตุผล

ทบทวนก่อนเริ่ม

- มุมตรงข้ามมุมยอด · มุมบนเส้นตรง 180° (ม.1)
- การสร้างพื้นฐานด้วยวงเวียน (เล่มการสร้าง ม.1)
- ด.ม.ด. ม.ด.ม. ด.ด.ด. ฉ.ด.ด. (เล่ม 8) · ม.ม.ด. (เล่ม 9)
- มุมแย้ง · ผลบวกมุมภายในรูปสามเหลี่ยม 180° (เล่ม 9) · $c^2 = a^2 + b^2$ (เล่ม 1)



เล่มนี้ไม่ต้องรีบ ทำทีละบทเรียน ถ้าติดตรงไหน ย้อนไปดูโจทย์ข้อ 1–2 ของบทเรียนนั้นอีกรอบ

01 สังเกตจากตัวอย่าง กับ ให้เหตุผลจากสมบัติ

ต่อจากเล่มเส้นขนาน: เรารู้ว่ามุมตรงข้ามมุมยอดมีขนาดเท่ากัน · บทเรียนนี้ดูว่า “รู้ได้อย่างไร” มีสองวิธี คือ วัดหลาย ๆ รูป กับให้เหตุผลจากสมบัติที่ยอมรับแล้ว

โจทย์ข้อ 1 วัดมุมตรงข้ามมุมยอด 5 คู่

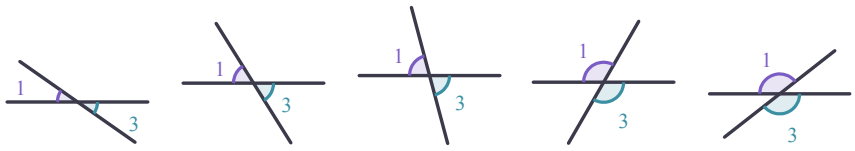
1 ใช้ไม้โปรแทรกเตอร์วัด $\hat{1}$ กับ $\hat{3}$ (มุมตรงข้ามมุมยอด) ของทั้ง 5 รูป แล้วเติมตาราง

รูป	1	2	3	4	5
$\hat{1}$	☐°	☐°	☐°	☐°	☐°
$\hat{3}$	☐°	☐°	☐°	☐°	☐°

2 ทุกรูปได้ $\hat{1}$ กับ $\hat{3}$ มีขนาด ☐ · นี่คือการสังเกตจากตัวอย่าง ทำให้**คาดเดา**ได้

3 แต่ยังมีรูปอีกนับไม่ถ้วนที่ไม่ได้วัด การวัด 5 รูปจึง ☐ การพิสูจน์

วัดด้วยไม้โปรแทรกเตอร์



รูป 1 รูป 2 รูป 3 รูป 4 รูป 5

โจทย์ข้อ 2 ให้เหตุผลจากสมบัติ (ใช้ได้กับทุกรูป)

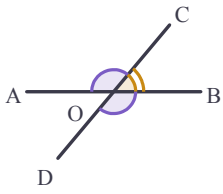
1 AOB เป็นเส้นตรง $A\hat{O}C$ กับ $C\hat{O}B$ จึงรวมกันได้มุมตรง · CD เป็นเส้นตรงเช่นกัน

2 เติมตาราง (ข้อ 4 นำ $C\hat{O}B$ ลบออกทั้งสองข้าง)

กำหนดให้ AB กับ CD ตัดกันที่จุด O **ต้องการพิสูจน์ว่า** $A\hat{O}C = B\hat{O}D$

	พิสูจน์ (ข้อความ)	เหตุผล
1	$A\hat{O}C + C\hat{O}B = 180°$	☐
2	$C\hat{O}B + B\hat{O}D =$ ☐°	ขนาดของมุมตรงเท่ากับ 180°
3	$A\hat{O}C + C\hat{O}B = C\hat{O}B + B\hat{O}D$	☐
4	$A\hat{O}C = B\hat{O}D$	☐

AB กับ CD ตัดกันที่ O



3 ลองอีกข้อ: ถ้า $A\hat{O}C = 130°$ แล้ว $C\hat{O}B =$ ☐° และ $B\hat{O}D =$ ☐°

ก้าวขึ้นอีกขั้น

ตัวอย่างหลายตัวก็ยังไม่พอ

$n^2 + n + 41$ เป็นจำนวนเฉพาะเมื่อ $n = 0, 1, 2, \ldots$ ไปจนถึง ☐ ติดกันถึง 40 ตัว แต่เมื่อ $n = 40$ ได้ $1{,}600 + 40 + 41 =$ ☐ $= 41 \times 41$ ซึ่งไม่ใช่จำนวนเฉพาะ · ตัวอย่างค้านเพียงตัวเดียวก็บอกว่าข้อความเป็นเท็จ



สังเกตจากตัวอย่าง ทำให้คาดเดาข้อสรุปได้ แต่**ยังไม่ใช่การพิสูจน์** · **ให้เหตุผลจากสมบัติที่ยอมรับแล้ว** (เช่น มุมตรง 180°) ได้ข้อสรุปที่จริงทุกกรณี เรียกว่า การพิสูจน์ · **ตัวอย่างค้าน** เพียง 1 ตัวอย่าง แสดงว่าข้อความเป็นเท็จ



แบบฝึกหัดเบื้องต้น

➜ เฉลยท้ายเล่ม หน้า 30

เติมคำตอบในช่อง ข้อที่มีเส้นบรรทัดให้แสดงวิธีทำ

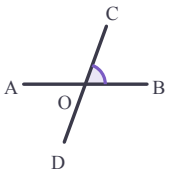
(1) มะลิวัดมุมภายในของรูปสามเหลี่ยม 4 รูป รวมได้ 180° ทุกรูป จึงสรุปว่าทุกรูปเป็นแบบนี้ วิธีนี้เป็นการ ☐

(2) ตะวันลากเส้นขนานผ่านจุดยอด แล้วใช้มุมแย้งแสดงว่ามุมภายในรวมกันได้ 180° วิธีนี้เป็นการ ☐

(3) “ผลบวกของจำนวนคี่สองจำนวนเป็นจำนวนคี่เสมอ” ตัวอย่างค้าน: 3 + 5 = ☐ ซึ่งเป็นจำนวน ☐

(4) “จำนวนที่คูณกับตัวเองแล้ว ได้ผลมากกว่าจำนวนเดิมเสมอ” ตัวอย่างค้าน: 0.5 × 0.5 = ☐ ซึ่ง ☐ 0.5

(5) AB กับ CD ตัดกันที่ O ถ้า $B\hat{O}C = 70°$ แล้ว $A\hat{O}D$ = ☐° และ $A\hat{O}C$ = ☐°



(6) AB กับ CD ตัดกันที่ O โดย $A\hat{O}C = 4x - 15°$ และ $B\hat{O}D = 2x + 25°$ จงหา x และ $A\hat{O}C$

(7) ภูผาพบว่า $2^n - 1$ เป็นจำนวนเฉพาะเมื่อ $n = 2, 3, 5, 7$ จึงสรุปว่า “ถ้า n เป็นจำนวนเฉพาะ แล้ว $2^n - 1$ เป็นจำนวนเฉพาะ” จงตรวจเมื่อ $n = 11$

เฉลยโจทย์หน้าซ้าย

โจทย์ข้อ 1 35 , 58 , 75 , 120 , 142 , 35 , 58 , 75 , 120 , 142 , เท่ากัน , ยังไม่ใช่

โจทย์ข้อ 2 ขนาดของมุมตรงเท่ากับ 180° , 180 , จากข้อ 1 และ 2 , สมบัติของการเท่ากันเกี่ยวกับการลบ , 50 , 130

รอบตัวเรา นักวิทยาศาสตร์ใช้การสังเกตและการทดลองหาข้อสรุป ส่วนนักคณิตศาสตร์ต้องพิสูจน์ด้วยเหตุผลก่อน จึงเรียกข้อสรุปนั้นว่า ทฤษฎีบท



02 ประโยคเงื่อนไขและบทกลับ

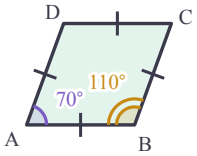
ทฤษฎีบทส่วนใหญ่เขียนในรูป “ถ้า ... แล้ว ...” · ลองสลับสองส่วนนี้ แล้วดูว่ายังจริงอยู่หรือไม่

โจทย์ข้อ 1 รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส

1. “ถ้ารูปสี่เหลี่ยมเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส แล้วด้านทั้งสี่ยาวเท่ากัน” ส่วนที่ตามหลัง “ถ้า” เรียกว่า เหตุ ส่วนที่ตามหลัง “แล้ว” เรียกว่า ผล · ประโยคนี้เป็นจริง
2. สลับเหตุกับผล ได้ บทกลับ: “ถ้าด้านทั้งสี่ของรูปสี่เหลี่ยมยาวเท่ากัน แล้วรูปนั้นเป็นรูป [ ]”
3. รูป ABCD ในภาพมีด้านยาวเท่ากันทั้งสี่ด้าน แต่มุมมีขนาด 70° และ 110° [ ] มุมฉาก
4. ABCD เป็นรูปสี่เหลี่ยม [ ] ซึ่งเป็นตัวอย่างค้าน บทกลับนี้จึง [ ]

เหตุ → ผล

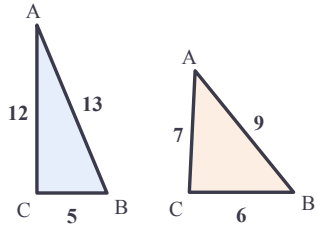
เหตุ: เป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส → ผล: ด้านทั้งสี่ยาวเท่ากัน



โจทย์ข้อ 2 ทฤษฎีบทพีทาโกรัสและบทกลับ (เล่ม 1)

1. “ถ้า $\triangle ABC$ มี $\hat{C}$ เป็นมุมฉาก แล้ว $c^2 = a^2 + b^2$” เหตุคือ $\hat{C}$ เป็น [ ]
2. บทกลับ “ถ้า $c^2 = a^2 + b^2$ แล้ว $\hat{C}$ เป็นมุมฉาก” ก็จริง (บทกลับของทฤษฎีบทพีทาโกรัส)
3. รูปซ้าย: $5^2 + 12^2$ = [ ] = 13^2 ดังนั้น $\hat{C}$ [ ] มุมฉาก
4. รูปขวา: $6^2 + 7^2$ = [ ] แต่ $9^2 = 81$ ดังนั้น $\hat{C}$ [ ] มุมฉาก (แม้ดูคล้ายมุมฉาก)
5. ประโยคเงื่อนไขกับบทกลับจริงทั้งคู่ได้ ต้องตรวจทีละประโยค

ตรวจด้วยบทกลับ



ก้าวขึ้นอีกขั้น

เหตุ = สิ่งที่กำหนดให้ · ผล = สิ่งที่ต้องพิสูจน์

จะพิสูจน์ “ถ้า AB = AC แล้ว $A\hat{B}C = A\hat{C}B$” ให้เขียน กำหนดให้ [ ] ต้องการพิสูจน์ว่า $A\hat{B}C = A\hat{C}B$ (จะพิสูจน์ในบทเรียน 06)



ประโยคเงื่อนไข "ถ้า เหตุ แล้ว ผล" · **บทกลับ** คือสลับเป็น "ถ้า ผล แล้ว เหตุ" · ประโยคจริง บทกลับ**ไม่จริงเสมอไป** ต้องตรวจแยก · หาตัวอย่างค้านได้เพียง 1 ตัวอย่าง แสดงว่าประโยคนั้นเท็จ



แบบฝึกหัดเบื้องต้น

➜ เฉลยท้ายเล่ม หน้า 30

เติมคำตอบในช่อง ข้อที่มีเส้นบรรทัดให้เขียนคำตอบเป็นประโยค

(1) "ถ้า AB // CD แล้วมุมแย้งมีขนาดเท่ากัน" เหตุคือ _____ ผลคือ _____

(2) "ถ้าจำนวนนับหารด้วย 4 ลงตัว แล้วหารด้วย 2 ลงตัว" _____ · บทกลับ "ถ้าหารด้วย 2 ลงตัว แล้วหารด้วย 4 ลงตัว" _____ ตัวอย่างค้าน เช่น _____

(3) "ถ้า $x = 3$ แล้ว $x^2 = 9$" _____ · บทกลับ "ถ้า $x^2 = 9$ แล้ว $x = 3$" _____ ตัวอย่างค้าน x = _____

(4) "ถ้า $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ แล้ว AB = DE" _____ · บทกลับ "ถ้า AB = DE แล้ว $\triangle ABC \cong \triangle DEF$" _____

(5) "ถ้ามุมแย้งมีขนาดเท่ากัน แล้วเส้นตรงสองเส้นนั้นขนานกัน" _____ · บทกลับของประโยคนี้ _____ (เล่มเส้นขนาน)

(6) จงเขียนบทกลับของ "ถ้ามุมสองมุมเป็นมุมตรงข้ามมุมยอด แล้วมุมทั้งสองมีขนาดเท่ากัน" แล้วบอกว่าบทกลับจริงหรือเท็จ

(7) น้ำฝนพูดว่า "ถ้าฝนตก แล้วสนามหญ้าเปียก" ซึ่งเป็นจริง จงเขียนบทกลับ และบอกว่าบทกลับจริงเสมอหรือไม่

เฉลยโจทย์หน้าซ้าย

โจทย์ข้อ 1 สี่เหลี่ยมจัตุรัส , ไม่ใช่ , ขนมเปียกปูน , เท็จ **โจทย์ข้อ 2** มุมฉาก , 169 , เป็น , 85 , ไม่เป็น

ระวัง! ประโยคจริง **ไม่ได้**แปลว่าบทกลับจริง: "ถ้าเป็นแมว แล้วมีสี่ขา" จริง แต่ "ถ้ามีสี่ขา แล้วเป็นแมว" เท็จ (สุนัขก็มีสี่ขา)



แบบทดสอบทบทวน

บทที่ 1 การให้เหตุผลและประโยคเงื่อนไข

คะแนน

/ 100



ชื่อ _____ ชั้น _____ เลขที่ _____

1 10 คะแนน

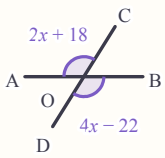
ข้อใดเป็นการสังเกตจากตัวอย่าง ข้อใดเป็นการให้เหตุผลจากสมบัติ (ก) ต้นกล้าพับกระดาษรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว 6 แผ่น เห็นว่ามุมที่ฐานทับกันสนิททุกแผ่น (ข) ใบบัวใช้มุมตรง 180° แสดงว่ามุมตรงข้ามมุมยอดมีขนาดเท่ากัน

2 10 คะแนน

ข้าวหอมบอกว่า “จำนวนเฉพาะทุกจำนวนเป็นจำนวนคี่” จงหาตัวอย่างค้าน

3 10 คะแนน

AB กับ CD ตัดกันที่ O ถ้า $A\hat{O}C = 2x + 18°$ และ $B\hat{O}D = 4x - 22°$ จงหา x, $A\hat{O}C$ และ $C\hat{O}B$



4 10 คะแนน

ประโยค “ถ้ารูปสามเหลี่ยมเป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว แล้วมุมที่ฐานมีขนาดเท่ากัน” มีเหตุและผลคืออะไร และจงเขียนบทกลับ

5 10 คะแนน

เติมตารางให้สมบูรณ์ · **กำหนดให้** AB กับ CD ตัดกันที่จุด O **ต้องการพิสูจน์ว่า** $A\hat{O}D = B\hat{O}C$

	พิสูจน์ (ข้อความ)	เหตุผล
1	$A\hat{O}D + A\hat{O}C = 180°$	
2	$A\hat{O}C + B\hat{O}C = 180°$	
3	$A\hat{O}D + A\hat{O}C = A\hat{O}C + B\hat{O}C$	
4	$A\hat{O}D = B\hat{O}C$	

6 10 คะแนน

รูปสามเหลี่ยมที่มีด้านยาว (ก) 8, 15, 17 ซม. (ข) 7, 8, 11 ซม. รูปใดเป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ใช้สมบัติใด

7 10 คะแนน

แต่ละข้อจริงหรือเท็จ (ก) “ถ้ารูปสี่เหลี่ยมเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า แล้วมุมทั้งสี่เป็นมุมฉาก” (ข) บทกลับของข้อ (ก) (ค) “ถ้าจำนวนนับลงท้ายด้วย 5 แล้วหารด้วย 5 ลงตัว” (ง) บทกลับของข้อ (ค)

8 10 คะแนน

เติมตารางให้สมบูรณ์ (ต่อ BC ไปถึง D) · **กำหนดให้** $\triangle ABC$ มี $A\hat{C}D$ เป็นมุมภายนอก **ต้องการพิสูจน์ว่า** $A\hat{C}D = \hat{A} + \hat{B}$

	พิสูจน์ (ข้อความ)	เหตุผล
1	$\hat{A} + \hat{B} + A\hat{C}B = 180°$	
2	$A\hat{C}B + A\hat{C}D = 180°$	
3	$\hat{A} + \hat{B} + A\hat{C}B = A\hat{C}B + A\hat{C}D$	จากข้อ 1 และ 2
4	$A\hat{C}D = \hat{A} + \hat{B}$	

9 10 คะแนน

ไออุ่นคำนวณ $n^2 - n + 11$ เมื่อ $n = 1, 2, 3, ..., 10$ ได้ 11, 13, 17, 23, 31, 41, 53, 67, 83, 101 เป็นจำนวนเฉพาะทั้งหมด จึงสรุปว่า “$n^2 - n + 11$ เป็นจำนวนเฉพาะสำหรับทุกจำนวนนับ n” ข้อสรุปนี้ถูกหรือไม่ จงให้เหตุผล

10 10 คะแนน

ช่างก่อสร้างตรวจมุมฐานรากบ้าน วัดจากมุมไปตามแนวกำแพงหนึ่ง 60 ซม. อีกแนวหนึ่ง 80 ซม. แล้ววัดระยะระหว่างสองจุดนั้น (ก) ถ้าวัดได้ 100 ซม. มุมนั้นเป็นมุมฉากหรือไม่ (ข) ถ้าวัดได้ 98 ซม. ล่ะ จงให้เหตุผล

ก้าวขึ้นอีกขั้น

ต่อไป: เหตุผลของการสร้าง

ใน ม.1 เราสร้างส่วนของเส้นตรง มุม และเส้นตั้งฉากด้วยวงเวียนกับสันตรง บทถัดไปจะพิสูจน์ว่าทำไมการสร้างเหล่านั้นถูกต้องทุกครั้ง โดยใช้ความเท่ากันทุกประการ



03 ทำไมการแบ่งครึ่งส่วนของเส้นตรงจึงถูก

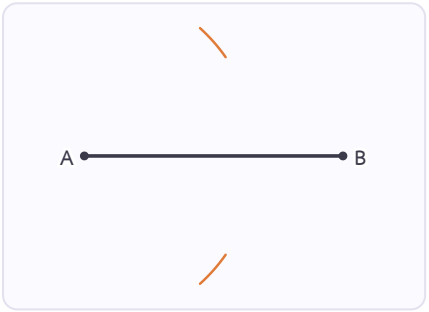
ต่อจากเล่มการสร้าง ม.1 และเล่มความเท่ากันทุกประการ · บอกเหตุผลว่าทำไม M เป็นจุดกึ่งกลางเสมอ

โจทย์ข้อ 1 ส่วนโค้งรัศมีเท่ากันจาก A และ B

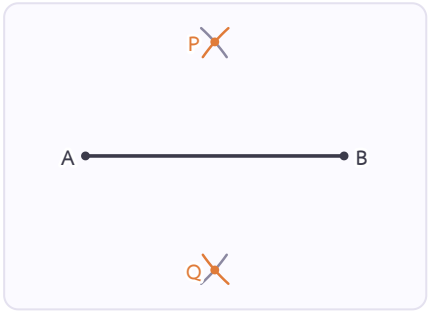
1 AP = AQ = BP = BQ เพราะ [ ] · PQ เป็น [ ]

2 △APQ ≅ △[ ] แบบ [ ] จึงได้ $\hat{APM} = \hat{BPM}$ (มุมคู่ที่สมนัยกัน)

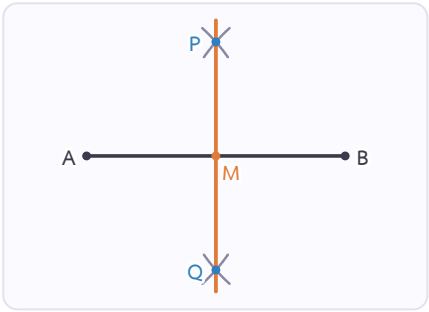
แถบขั้นตอนการสร้าง



1 ใช้ A เป็นจุดศูนย์กลาง กางวงเวียนเกินครึ่งหนึ่งของ AB เขียนส่วนโค้ง



2 รัศมี[ ] ใช้ B เป็นจุดศูนย์กลาง ส่วนโค้งตัดกันที่ P และ Q



3 ลาก PQ ตัด AB ที่ M

โจทย์ข้อ 2 แล้ว M เป็นจุดกึ่งกลาง และ PQ ตั้งฉากกับ AB

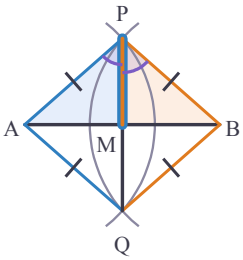
1 ใช้ △APM (ฟ้า) กับ △BPM (ส้ม) ที่มี PM เป็นด้านร่วม เติมตาราง

กำหนดให้ AP = BP และ $\hat{APM} = \hat{BPM}$ (จากโจทย์ข้อ 1)

ต้องการพิสูจน์ว่า AM = BM

	พิสูจน์ (ข้อความ)	เหตุผล
1	AP = BP, $\hat{APM} = \hat{BPM}$	กำหนดให้
2	PM = PM	[ ]
3	△APM ≅ △[ ]	[ ]
4	AM = [ ]	[ ]

สองรูปที่เท่ากัน



2 $\hat{AMP} = \hat{BMP}$ (มุมคู่ที่สมนัยกัน) และรวมกันได้ [ ]° จึงมีขนาดมุมละ [ ]° ดังนั้น PQ [ ] กับ AB

ก้าวขึ้นอีกขั้น

การสร้างต้องมีเหตุผลรองรับ

ถ้ากางวงเวียนจาก A และ B ไม่เท่ากัน ส่วนโค้งก็ยังตัดกันได้ แต่ AP ≠ BP ใช้ ด.ด.ด. [ ] และ M อาจไม่ใช่จุดกึ่งกลาง · การสร้างที่ไม่มีเหตุผลรองรับอาจดูถูกเพียงเพราะบังเอิญ



การแบ่งครึ่งส่วนของเส้นตรง AB ถูกต้องเพราะ ① รัศมีเท่ากัน → $\triangle APQ \cong \triangle BPQ$ (ด.ด.ด.) ② → $\triangle APM \cong \triangle BPM$ (ด.ม.ด.) ③ ได้ AM = BM และ $PQ \perp AB$ · จุดบน PQ ห่างจาก A และ B เท่ากันเสมอ



03
04
05

แบบฝึกหัดเบื้องต้น

➜ เฉลยท้ายเล่ม หน้า 30

เติมคำตอบในช่อง ข้อที่มีเส้นบรรทัดให้แสดงวิธีทำ

(1) แบ่งครึ่ง AB ที่ยาว 10 ซม. ด้วยวิธีนี้ ได้ AM = ☐ ซม.

(2) ถ้าวงเวียนกางสั้นกว่าครึ่งหนึ่งของ AB ส่วนโค้งจาก A และจาก B จะ ☐

(3) P อยู่บนเส้น PQ ถ้า PA = 7 ซม. แล้ว PB = ☐ ซม. ($\triangle PAM \cong \triangle PBM$ แบบ ☐)

(4) AB = 8 ซม., PA = PB = 5 ซม. แล้ว AM = ☐ ซม. และ PM = ☐ ซม.

(5) เติมตารางให้สมบูรณ์ (M เป็นจุดกึ่งกลางของ AB)

กำหนดให้ PA = PB และ AM = BM **ต้องการพิสูจน์ว่า** $P\hat{M}A = P\hat{M}B$

	พิสูจน์ (ข้อความ)	เหตุผล
1	PA = PB, AM = BM	กำหนดให้
2	PM = PM	☐
3	$\triangle PAM \cong \triangle PBM$	☐
4	$P\hat{M}A = P\hat{M}B$	☐

(6) ต้นมะม่วง A, B ห่างกัน 16 ม. ก๊อกน้ำ P อยู่บนเส้นที่ตั้งฉากและแบ่งครึ่ง AB ห่างจากจุดกึ่งกลาง M 6 ม. ก๊อกน้ำห่างจากต้นมะม่วงแต่ละต้นกี่เมตร

เฉลยโจทย์หน้าซ้าย

โจทย์ข้อ 1 รัศมีของวงเวียนที่กางไว้เท่ากัน , ด้านร่วม , BPQ , ด.ด.ด. , เท่าเดิม

โจทย์ข้อ 2 เป็นด้านร่วม , BPM , ด.ม.ด. , BM , ด้านคู่ที่สมนัยกันของรูปสามเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการยาวเท่ากัน , 180 , 90 , ตั้งฉาก

จุดที่ห่างจากสองจุดเท่ากัน

ทุกจุดบนเส้นที่ตั้งฉากและแบ่งครึ่ง AB ห่างจาก A และ B เท่ากัน จึงใช้หาตำแหน่งที่ยุติธรรมกับสองฝ่าย เช่น ตำแหน่งก๊อกน้ำหรือเสาไฟระหว่างบ้านสองหลัง



04 ทำไมการสร้างมุมเท่ากันและการแบ่งครึ่งมุมจึงถูก

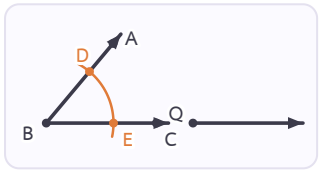
เล่มการสร้าง ม.1 ทิ้งคำถามไว้ว่า “ทำไมได้มุมเท่ากันจริง” · บทเรียนนี้ตอบด้วยความเท่ากันทุกประการ

โจทย์ข้อ 1 สร้างมุมให้เท่ากับมุม ABC

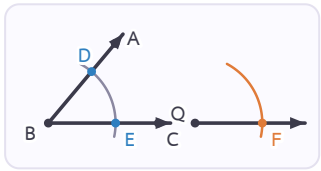
1 BD = BE = QF = QG เพราะ ☐ · FG = ☐ (กางเท่ากับ DE)

2 $\triangle$BDE $\cong$ $\triangle$ ☐ แบบ ☐ จึงได้ $D\hat{B}E = F\hat{Q}G$ เพราะ ☐

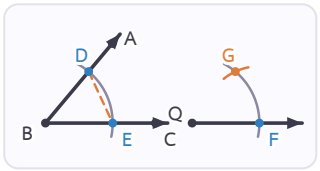
แถบขั้นตอนการสร้าง



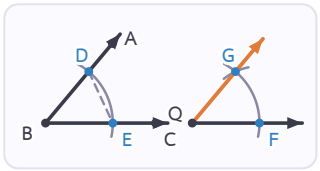
1 ส่วนโค้งจาก B ตัดแขนที่ D, E



2 รัศมี ☐ จาก Q ตัดได้ F



3 กางวงเวียนเท่ากับ ☐ จาก F ได้ G



4 ลากรังสี QG

โจทย์ข้อ 2 แบ่งครึ่งมุม DVE

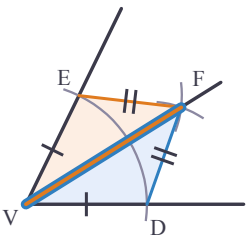
1 ส่วนโค้งจาก V ตัดแขนที่ D, E และส่วนโค้งรัศมีเท่ากันจาก D, E ตัดกันที่ F · เติมตาราง

กำหนดให้ VD = VE และ DF = EF (กางวงเวียน)

ต้องการพิสูจน์ว่า $D\hat{V}F = E\hat{V}F$

	พิสูจน์ (ข้อความ)	เหตุผล
1	VD = VE, DF = EF	☐
2	VF = VF	☐
3	$\triangle$VDF $\cong$ $\triangle$ ☐	☐
4	$D\hat{V}F = E\hat{V}F$	☐

ด.ด.ด. ซ่อนอยู่ในการสร้าง



2 จึงได้รังสี VF ☐ มุม DVE · ถ้ามุม DVE = 64° แล้ว $D\hat{V}F$ = ☐°

ก้าวขึ้นอีกขั้น

ตอบคำถามที่ค้างจาก ม.1

วงเวียน “ยกความยาว” ได้ด้านยาวเท่ากัน 3 คู่ → ด.ด.ด. → มุมคู่ที่สมนัยกันเท่ากัน · ส่วนโค้งคู่ที่สองต้องรัศมี ☐ ไม่เช่นนั้น DF ≠ EF



สร้างมุมเท่ากัน: $\triangle BDE \cong \triangle QFG$ (ด.ด.ด.) → $D\hat{B}E = F\hat{Q}G$ · **แบ่งครึ่งมุม:** $\triangle VDF \cong \triangle VEF$ (ด.ด.ด.) → $D\hat{V}F = E\hat{V}F$ · ทั้งสองแบบใช้รัศมีที่กางไว้เท่ากัน



แบบฝึกหัดเบื้องต้น

→ เฉลยท้ายเล่ม หน้า 30

เติมคำตอบในช่อง ข้อที่มีเส้นบรรทัดให้แสดงวิธีทำ

(1) แบ่งครึ่งมุม ABC ที่มีขนาด 72° ได้มุมละ ____ °

(2) แบ่งครึ่งมุม 120° แล้วแบ่งครึ่งมุมที่ได้อีกครั้ง ได้มุม ____ °

(3) สร้างมุมเท่ากับมุม ABC ถ้าวัด DE ได้ 3 ซม. ต้องกางวงเวียนจาก F ยาว ____ ซม.

(4) การสร้างมุมเท่ากันใช้เงื่อนไข ____ ไม่ใช้ ด.ม.ด. เพราะยังไม่รู้ขนาดของ ____

(5) เติมตารางให้สมบูรณ์ (สร้างมุม FQG ให้เท่ากับมุม DBE)

กำหนดให้ BD = QF, BE = QG และ DE = FG **ต้องการพิสูจน์ว่า** $D\hat{B}E = F\hat{Q}G$

	พิสูจน์ (ข้อความ)	เหตุผล
1	BD = QF, BE = QG, DE = FG	
2	$\triangle BDE \cong \triangle QFG$	
3	$D\hat{B}E = F\hat{Q}G$	

(6) มะลิแบ่งครึ่งมุม แต่ใช้ส่วนโค้งจาก D รัศมี 4 ซม. และจาก E รัศมี 5 ซม. รังสี VF ที่ได้แบ่งครึ่งมุมหรือไม่ เพราะอะไร

เฉลยโจทย์หน้าซ้าย

โจทย์ข้อ 1 รัศมีของวงเวียนที่กางไว้เท่ากัน , DE , QFG , ด.ด.ด. , มุมคู่ที่สมนัยกันของรูปสามเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการมีขนาดเท่ากัน , เท่าเดิม , DE

โจทย์ข้อ 2 รัศมีของวงเวียนที่กางไว้เท่ากัน , เป็นด้านร่วม , VEF , ด.ด.ด. , มุมคู่ที่สมนัยกันของรูปสามเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการมีขนาดเท่ากัน , แบ่งครึ่ง , 32

ทำไมไม่ใช้ ด.ม.ด.

เรากำลังจะ**สร้าง**มุมให้เท่ากัน จึงยังใช้ขนาดของมุมเป็นข้อมูลไม่ได้ (จะกลายเป็นใช้สิ่งที่ต้องพิสูจน์มาพิสูจน์ตัวเอง)



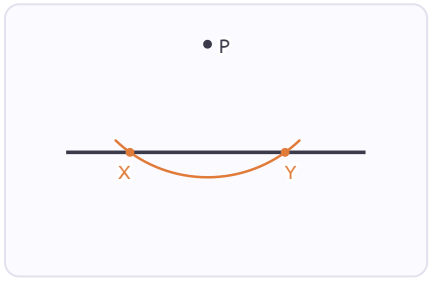
05 เส้นตั้งฉาก เส้นขนาน และการนำการสร้างไปใช้

ใช้เหตุผลแบบบทเรียน 03–04 กับการสร้างอีกสองแบบของ ม.1 แล้วนำไปหาตำแหน่งในชีวิตจริง

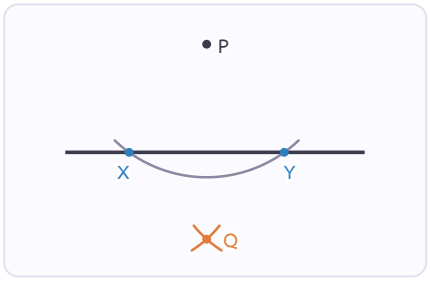
โจทย์ข้อ 1 สร้างเส้นตั้งฉากจากจุด P ภายนอก

1. PX = PY และ XQ = YQ เพราะ [ ] · PQ ร่วม → △PXQ ≅ △PYQ แบบ [ ]
2. ได้ $X\hat{P}M = Y\hat{P}M$ แล้ว △PXM ≅ △PYM แบบ [ ] → $P\hat{M}X = P\hat{M}Y =$ [ ]°
3. ลองอีกข้อ: ถ้า PX = PY = 5 ซม. และ XY = 6 ซม. แล้ว XM = [ ] ซม. และ PM = [ ] ซม.

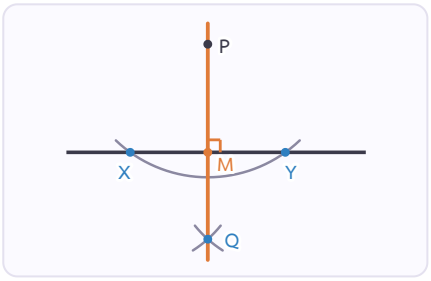
แถบขั้นตอนการสร้าง



1. ส่วนโค้งจาก P ตัดเส้นตรงที่ X และ Y



2. ส่วนโค้งรัศมี [ ] จาก X และ Y ตัดกันที่ Q

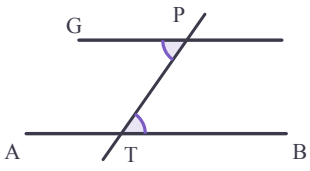


3. ลาก PQ ตัดเส้นตรงที่ M

โจทย์ข้อ 2 สร้างเส้นขนานด้วยมุมแย้ง

1. ลาก PT ตัด AB แล้วสร้าง $T\hat{P}G$ ให้เท่ากับ $P\hat{T}B$ (บทเรียน 04)
2. $T\hat{P}G$ กับ $P\hat{T}B$ เป็น [ ] ที่มีขนาดเท่ากัน
3. ดังนั้น PG // AB เพราะ [ ]
4. ลองอีกข้อ: ถ้า $P\hat{T}B = 55°$ ต้องสร้าง $T\hat{P}G =$ [ ]° และ $G\hat{P}T + P\hat{T}A =$ [ ]°
5. เส้นขนานที่สร้างได้ใช้ตีเส้นที่จอดรถให้ขนานกัน หรือแบ่งแผ่นไม้ออกเป็นแถบกว้างเท่ากัน

มุมแย้งเท่ากัน



ก้าวขึ้นอีกขั้น

โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต

ในโปรแกรมเรขาคณิตบนคอมพิวเตอร์ ลองลากจุด P หรือเปลี่ยนรัศมี เส้นที่สร้างยังตั้งฉาก (หรือขนาน) อยู่เสมอ เพราะเหตุผลข้างบนไม่ขึ้นกับตำแหน่งหรือขนาดที่เลือก



เส้นตั้งฉากจากจุดภายนอก: ด.ด.ด. แล้ว ด.ม.ด. → มุมฉาก · **เส้นขนาน**: สร้างมุมแย้งให้เท่ากัน → ขนาน (บทกลับ เล่มเส้นขนาน) · จุดบนเส้นแบ่งครึ่งมุมห่างจากแขนทั้งสองเท่ากัน



แบบฝึกหัดเบื้องต้น

เฉลยท้ายเล่ม หน้า 30

เติมคำตอบในช่อง ข้อที่มีเส้นบรรทัดให้แสดงวิธีทำ

(1) สร้างเส้นตั้งฉากจาก P ได้ PX = PY = 5 ซม. และ XY = 8 ซม. แล้ว XM = ☐ ซม. และ PM = ☐ ซม.

(2) เส้น PG ที่สร้างขนานกับ AB เพราะ $\hat{TPG}$ กับ $\hat{PTB}$ เป็น ☐ ที่มีขนาดเท่ากัน

(3) ถ้า $\hat{PTB} = 64°$ ต้องสร้าง $\hat{TPG}$ = ☐ ° · ถ้าสร้างผิดเป็น 62° เส้น PG จะ ☐ กับ AB

(4) เติมตารางให้สมบูรณ์ (สร้างเส้นตั้งฉากจาก P)

กำหนดให้ PX = PY และ $\hat{XPM} = \hat{YPM}$ **ต้องการพิสูจน์ว่า** △PXM ≅ △PYM

	พิสูจน์ (ข้อความ)	เหตุผล
1	PX = PY, $\hat{XPM} = \hat{YPM}$	กำหนดให้
2	PM = PM	☐
3	△PXM ≅ △PYM	☐

(5) หุ่นไล่กา S อยู่บนเส้นแบ่งครึ่งมุมระหว่างคันนาสองเส้นที่ตัดกันที่ O ระยะตั้งฉากถึงคันนาเส้นแรก SA = 12 ม. ระยะตั้งฉากถึงอีกเส้น SB ยาวเท่าไร

(6) ต้นกล้ากางวงเวียนจาก X รัศมี 4 ซม. แต่จาก Y รัศมี 5 ซม. ได้ XQ ≠ YQ จึงใช้ ☐ ☐ PQ อาจไม่ตั้งฉากกับเส้นตรง

เฉลยโจทย์หน้าซ้าย

โจทย์ข้อ 1 รัศมีของวงเวียนที่กางไว้เท่ากัน , ด.ด.ด. , ด.ม.ด. , 90 , 3 , 4 , เท่ากัน

โจทย์ข้อ 2 มุมแย้ง , ถ้ามุมแย้งมีขนาดเท่ากัน แล้วเส้นตรงสองเส้นนั้นขนานกัน , 55 , 180

ระวัง! ส่วนโค้งจาก X และ Y ต้องรัศมีเท่ากัน และมุมแย้งต้องสร้างคนละข้างของเส้นตัด ไม่อย่างนั้นเหตุผลข้างบนใช้ไม่ได้



แบบทดสอบทบทวน

บทที่ 2 ให้เหตุผลเกี่ยวกับการสร้าง

ชื่อ _____ ชั้น _____ เลขที่ _____

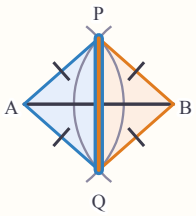
คะแนน

_____ / 100



1 10 คะแนน

จากการแบ่งครึ่ง AB ตามรูป (AP = AQ = BP = BQ) จงบอกเงื่อนไขที่ทำให้ $\triangle APQ \cong \triangle BPQ$ และบอกเหตุผลที่ AP = BP



2 10 คะแนน

AB ยาว 8 ซม. เส้นที่ตั้งฉากและแบ่งครึ่ง AB ตัด AB ที่ M จุด P อยู่บนเส้นนั้นและ PA = 5 ซม. จงหา AM, PB และ PM

3 10 คะแนน

ในการสร้างมุม FQG ให้เท่ากับมุม DBE รูปสามเหลี่ยมคู่ใดเท่ากันทุกประการ ด้วยเงื่อนไขใด และทำไม FG = DE

4 10 คะแนน

VF แบ่งครึ่งมุม DVE ที่มีขนาด 64° ด้วยวงเวียน จงหา $D\hat{V}F$ และบอกเงื่อนไขที่ทำให้ $\triangle VDF \cong \triangle VEF$

5 10 คะแนน

เติมตารางให้สมบูรณ์ (การแบ่งครึ่งมุม DVE) · **กำหนดให้** VD = VE และ DF = EF (กางวงเวียน) **ต้องการพิสูจน์ว่า** $D\hat{V}F = E\hat{V}F$

	พิสูจน์ (ข้อความ)	เหตุผล
1	VD = VE, DF = EF	
2	VF = VF	
3	$\triangle VDF \cong \triangle$ ____	____
4	$D\hat{V}F = E\hat{V}F$	

6 10 คะแนน

เติมตารางให้สมบูรณ์ (สร้างเส้นตั้งฉากจาก P ตัดเส้นตรงที่ M) · **กำหนดให้** PX = PY และ $X\hat{P}M = Y\hat{P}M$ **ต้องการพิสูจน์ว่า** XM = YM

	พิสูจน์ (ข้อความ)	เหตุผล
1	PX = PY, $X\hat{P}M = Y\hat{P}M$	กำหนดให้
2	PM = PM	
3	△PXM ≅ △	
4	XM = YM	

7 10 คะแนน

ตะวันสร้าง $T\hat{P}G$ ให้เท่ากับ $P\hat{T}B$ ที่จุด P ซึ่งอยู่นอกเส้นตรง AB ทำไมเส้น PG จึงขนานกับ AB

8 10 คะแนน

การสร้างเส้นตั้งฉากจากจุด P ภายนอกเส้นตรง ถ้ากางวงเวียนจาก X และ Y ไม่เท่ากัน จะเกิดอะไรขึ้น เพราะอะไร

9 10 คะแนน

บ้าน A กับบ้าน B อยู่ฝั่งเดียวกันของถนน อบต. จะตั้งศาลารอรถ S ริมถนนให้ห่างจากบ้านทั้งสองเท่ากัน จึงสร้างเส้นที่ตั้งฉากและแบ่งครึ่ง AB ไปตัดถนนที่ S ถ้า SA = 25 ม. (ก) SB ยาวเท่าไร (ข) บ้าน A อยู่ห่างจากถนน 24 ม. (ระยะตั้งฉาก AH) S อยู่ห่างจาก H กี่เมตร

10 10 คะแนน

รั้วสองด้านของสนามเด็กเล่นพบกันที่มุม O น้ำฝนจะวางม้านั่ง S ให้ห่างจากรั้วทั้งสองเท่ากัน จึงวาง S บนเส้นแบ่งครึ่งมุม O ถ้าระยะตั้งฉากจาก S ถึงรั้วด้านแรกเป็น 3.5 ม. ระยะตั้งฉากถึงรั้วอีกด้านเป็นเท่าไร ใช้เงื่อนไขใด

ก้าวต่อไปในบทถัดไป

ต่อไป: รูปสามเหลี่ยมและรูปสี่เหลี่ยม

ใช้ตารางพิสูจน์แบบเดียวกันพิสูจน์สมบัติของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว รูปสี่เหลี่ยมด้านขนานผืนผ้า และขนมเปียกปูน ที่เคยรู้จากประถมโดยการสังเกต



06 รูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว

ต่อจากเล่มเส้นขนาน (บทเรียน 07 ใช้ “มุมที่ฐานเท่ากัน” ที่รู้จากประถม) · คราวนี้จะพิสูจน์ด้วยความเท่ากันทุกประการ

โจทย์ข้อ 1 มุมที่ฐานของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว

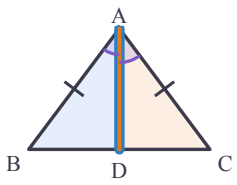
1 ลาก AD แบ่งครึ่งมุมยอด $B\hat{A}C$ ได้ $\triangle ABD$ (ฟ้า) กับ $\triangle ACD$ (ส้ม) · เติมตาราง

กำหนดให้ AB = AC และ AD แบ่งครึ่ง $B\hat{A}C$ (D อยู่บน BC)

ต้องการพิสูจน์ว่า $A\hat{B}C = A\hat{C}B$

	พิสูจน์ (ข้อความ)	เหตุผล
1	AB = AC, $B\hat{A}D = C\hat{A}D$	กำหนดให้
2	AD = AD	
3	$\triangle ABD \cong \triangle$	
4	$A\hat{B}D = A\hat{C}D$	

แบ่งครึ่งมุมยอด



2 ได้ทฤษฎีบท: มุมที่ฐานของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วมีขนาด

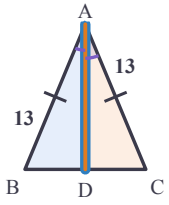
โจทย์ข้อ 2 เส้นแบ่งครึ่งมุมยอดตั้งฉากกับฐานและแบ่งครึ่งฐาน

1 จาก $\triangle ABD \cong \triangle ACD$ ได้ BD = (ด้านคู่ที่สมนัยกัน) D จึงเป็นจุด ของ BC

2 $A\hat{D}B = A\hat{D}C$ และรวมกันได้ ° จึงมีขนาดมุมละ ° ดังนั้น AD กับ BC

3 ลองอีกข้อ: AB = AC = 13 ซม., BC = 10 ซม. ได้ BD = ซม. และ AD = ซม.

หน้าจั่ว 13-13-10



ก้าวขึ้นอีกขั้น

รูปสามเหลี่ยมด้านเท่า

รูปสามเหลี่ยมด้านเท่าเป็นรูปหน้าจั่วได้ทุกด้าน มุมทั้งสามจึงเท่ากันหมด แต่ละมุมมีขนาด $180° \div 3 =$ °



รูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว (AB = AC): มุมที่ฐานมีขนาดเท่ากัน $\hat{B} = \hat{C}$ · **เส้นแบ่งครึ่งมุมยอด**ตั้งฉากกับฐาน และแบ่งครึ่งฐาน · พิสูจน์ด้วย ด.ม.ด. (AD เป็นด้านร่วม)



แบบฝึกหัดเบื้องต้น

➜ เฉลยท้ายเล่ม หน้า 30

เติมคำตอบในช่อง ข้อที่มีเส้นบรรทัดให้แสดงวิธีทำ

(1) $\triangle ABC$ มี AB = AC และ $\hat{B} = 50°$ แล้ว $\hat{C}$ = ☐° และ $\hat{A}$ = ☐°

(2) $\triangle ABC$ มี AB = AC และ $\hat{A} = 40°$ แล้ว $\hat{B}$ = ☐°

(3) $\triangle ABC$ มี AB = AC = 10 ซม., BC = 12 ซม. และ AD แบ่งครึ่ง $B\hat{A}C$ แล้ว BD = ☐ ซม. และ AD = ☐ ซม.

(4) $\triangle ABC$ มี AB = AC, $\hat{B} = 2x + 10°$ และ $\hat{C} = 64°$ แล้ว x = ☐

(5) $\triangle ABC$ มี AB = AC, $\hat{A} = x°$ และ $\hat{B} = 2x - 5°$ จงหา x และ $\hat{C}$

(6) ป้ายจราจรรูปสามเหลี่ยมด้านเท่า มีมุมแต่ละมุมขนาด ☐°

(7) ไม้แขวนเสื้อเป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว ABC ด้านเอียง AB = AC = 17 ซม. ฐาน BC = 30 ซม. ตะขอ AD แบ่งครึ่งมุมยอด จงหาความสูง AD

เฉลยโจทย์หน้าซ้าย

โจทย์ข้อ 1 เป็นด้านร่วม , ACD , ด.ม.ด. , มุมคู่ที่สมนัยกันของรูปสามเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการมีขนาดเท่ากัน , เท่ากัน

โจทย์ข้อ 2 CD , กึ่งกลาง , 180 , 90 , ตั้งฉาก , 5 , 12

ใช้ได้เลย ตอนนี้ “มุมที่ฐานของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วมีขนาดเท่ากัน” เป็นทฤษฎีบทที่พิสูจน์แล้ว จึงใช้เป็นเหตุผลในตารางพิสูจน์ได้



07 บทกลับ: มุมสองมุมเท่ากัน → หน้าจั่ว

บทเรียน 06 พิสูจน์ “ถ้าด้านสองด้านยาวเท่ากัน แล้วมุมที่ฐานเท่ากัน” · บทกลับจริงหรือไม่ ต้องพิสูจน์ใหม่ (บทเรียน 02)

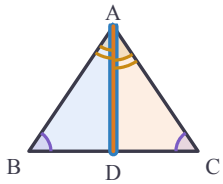
โจทย์ข้อ 1 ถ้ามุมสองมุมเท่ากัน แล้ว...

1 $\triangle ABC$ มี $\hat{B} = \hat{C}$ ลาก AD แบ่งครึ่ง $B\hat{A}C$ · เติมตาราง

กำหนดให้ $A\hat{B}C = A\hat{C}B$ และ AD แบ่งครึ่ง $B\hat{A}C$ **ต้องการพิสูจน์ว่า** AB = AC

	พิสูจน์ (ข้อความ)	เหตุผล
1	$A\hat{B}D = A\hat{C}D$, $B\hat{A}D = C\hat{A}D$	กำหนดให้
2	AD = AD	
3	$\triangle ABD \cong \triangle ACD$	
4	AB =	

ใช้ ม.ม.ด.



2 บทกลับจึงจริง: ถ้ามุมสองมุมของรูปสามเหลี่ยมมีขนาดเท่ากัน แล้วด้านที่อยู่ตรงข้ามมุมทั้งสอง

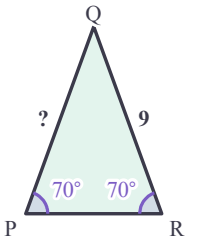
โจทย์ข้อ 2 มุม 70°, 40°, 70°

1 $\triangle PQR$ มี $\hat{P} = \hat{R} = 70°$ จึงมี $\hat{Q}$ = °

2 ด้านที่อยู่ตรงข้าม $\hat{P}$ คือ ด้านที่อยู่ตรงข้าม $\hat{R}$ คือ สองด้านนี้ยาวเท่ากัน

3 QR = 9 ซม. ดังนั้น PQ = ซม. และ $\triangle PQR$ เป็นรูปสามเหลี่ยม

หาด้านที่ยาวเท่ากัน



ก้าวขึ้นอีกขั้น

หลังคาจั่วและป้ายจราจร

ช่างตัดไม้เชิงชายหลังคาให้มุมที่ชายคาสองข้างเท่ากัน ไม้สองข้างของจั่วจึงยาวเท่ากันเอง · ป้ายเตือนรูปสามเหลี่ยมที่มีมุมทั้งสามเท่ากัน มีด้าน ทั้งสามด้าน



บทกลับ: ถ้ามุมสองมุมของรูปสามเหลี่ยมมีขนาดเท่ากัน แล้วด้านที่อยู่**ตรงข้าม**มุมทั้งสองยาวเท่ากัน (พิสูจน์ด้วย ม.ม.ด.) · ทฤษฎีบทหน้าจั่วกับบทกลับจริงทั้งคู่



แบบฝึกหัดเบื้องต้น

➜ เฉลยท้ายเล่ม หน้า 30

เติมคำตอบในช่อง ข้อที่มีเส้นบรรทัดให้แสดงวิธีทำ

(1) $\triangle ABC$ มี $\hat{A} = \hat{B} = 55°$ ด้านที่อยู่ตรงข้าม $\hat{A}$ คือ ☐ ด้านที่อยู่ตรงข้าม $\hat{B}$ คือ ☐ จึงยาวเท่ากัน

(2) $\triangle DEF$ มี $\hat{D} = 50°$, $\hat{E} = 80°$, $\hat{F} = 50°$ ด้านที่ยาวเท่ากันคือ ☐ กับ ☐

(3) $\triangle ABC$ มี $\hat{B} = \hat{C}$, $AB = 2x + 1$ ซม. และ $AC = 13$ ซม. แล้ว $x =$ ☐

(4) $\triangle ABC$ มีมุมภายนอกที่ C ขนาด 110° และ $\hat{A} = 55°$ แล้ว $\hat{B} =$ ☐° รูปนี้ ☐ รูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว

(5) $\triangle ABC$ มี $\hat{A} = 36°$ และ $\hat{B} = 72°$ ถ้า $AC = 10$ ซม. จงหา $\hat{C}$ และด้านที่ยาวเท่ากับ AC

(6) ตะวันยืนที่ A ห่างจากโคนเสาธง B เป็นระยะ 12 ม. มองเห็นยอดเสา C เป็นมุม $CAB = 45°$ เสาธงตั้งฉากกับพื้น เสาธงสูงกี่เมตร

เฉลยโจทย์หน้าซ้าย

โจทย์ข้อ 1 เป็นด้านร่วม , ม.ม.ด. , AC , ด้านคู่ที่สมนัยกันของรูปสามเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการยาวเท่ากัน , ยาวเท่ากัน

โจทย์ข้อ 2 40 , QR , PQ , 9 , หน้าจั่ว

ระวัง! ด้านที่ยาวเท่ากันคือด้านที่อยู่**ตรงข้าม**มุมที่เท่ากัน ไม่ใช่ด้านที่อยู่ระหว่างมุมทั้งสอง



08 รูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน

รูปสี่เหลี่ยมด้านขนานคือรูปสี่เหลี่ยมที่ด้านตรงข้ามขนานกันสองคู่ (> และ >>) · ลากเส้นทแยงมุมแล้วใช้มุมแย้ง (เล่มเส้นขนาน)

โจทย์ข้อ 1 ด้านตรงข้ามยาวเท่ากัน

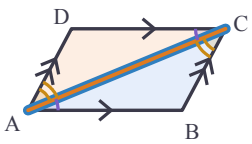
1 ลากเส้นทแยงมุม AC แบ่งรูปเป็น △ABC (ฟ้า) กับ △CDA (ส้ม) · เติมตาราง

กำหนดให้ ABCD เป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน (AB // DC และ AD // BC)

ต้องการพิสูจน์ว่า AB = CD และ BC = DA

	พิสูจน์ (ข้อความ)	เหตุผล
1	AB // DC, AD // BC	กำหนดให้
2	$B\hat{A}C = D\hat{C}A$, $B\hat{C}A = D\hat{A}C$	
3	AC = CA	
4	△ABC ≅ △	
5	AB = CD, BC = DA	

AC เป็นด้านร่วม



โจทย์ข้อ 2 เส้นทแยงมุมแบ่งครึ่งซึ่งกันและกัน

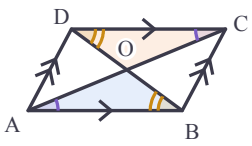
1 $O\hat{A}B = O\hat{C}D$ และ $O\hat{B}A = O\hat{D}C$ เพราะเป็น (AB // DC)

2 AB = CD (จากโจทย์ข้อ 1) จึงได้ △AOB ≅ △ แบบ

3 OA = และ OB = เส้นทแยงมุม

4 ลองอีกข้อ: ถ้า AC = 14 ซม. แล้ว OA = ซม.

เส้นทแยงมุมสองเส้น



ก้าวขึ้นอีกขั้น

บทกลับก็จริง

ถ้ารูปสี่เหลี่ยมมีด้านตรงข้ามยาวเท่ากันสองคู่ ลากเส้นทแยงมุมจะได้ ด.ด.ด. → มุมแย้งเท่ากัน → ด้านตรงข้าม กัน รูปนั้นจึงเป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน



รูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน: ด้านตรงข้ามยาวเท่ากัน · มุมตรงข้ามมีขนาดเท่ากัน · มุมประชิดรวมกัน 180° · เส้นทแยงมุมแบ่งครึ่งซึ่งกันและกัน (พิสูจน์ด้วย ม.ด.ม. และมุมแย้ง)



แบบฝึกหัดเบื้องต้น

➜ เฉลยท้ายเล่ม หน้า 30

เติมคำตอบในช่อง ข้อที่มีเส้นบรรทัดให้แสดงวิธีทำ

(1) รูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน ABCD มี AB = 9 ซม. และ BC = 5 ซม. แล้ว CD = ☐ ซม. และความยาวรอบรูป ☐ ซม.

(2) รูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน ABCD มี $\hat{ABC} = 115°$ แล้ว $\hat{ADC}$ = ☐ ° และ $\hat{BCD}$ = ☐ °

(3) เส้นทแยงมุม AC = 16 ซม. และ BD = 10 ซม. ของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานตัดกันที่ O แล้ว OA = ☐ ซม. และ OD = ☐ ซม.

(4) รูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน ABCD มี AB = $3x - 4$ ซม. และ CD = $2x + 5$ ซม. จงหา x และ AB

(5) เส้นทแยงมุมของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน ABCD ตัดกันที่ O โดย OA = $y + 3$ ซม. และ OC = $2y - 5$ ซม. จงหา y และ AC

(6) ช่างตัดไม้สี่ท่อนยาว 80, 50, 80 และ 50 ซม. ต่อเป็นกรอบโดยให้ท่อนที่ยาวเท่ากันอยู่ตรงข้ามกัน กรอบนี้เป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานหรือไม่ เพราะอะไร

เฉลยโจทย์หน้าซ้าย

โจทย์ข้อ 1 มุมแย้งที่เกิดจากเส้นตัดเส้นขนานมีขนาดเท่ากัน , เป็นด้านร่วม , CDA , ม.ด.ม. , ด้านคู่ที่สมนัยกันของรูปสามเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการยาวเท่ากัน

โจทย์ข้อ 2 มุมแย้ง , COD , ม.ด.ม. , OC , OD , แบ่งครึ่งซึ่งกันและกัน , 7

ระวัง! เส้นทแยงมุมของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน**แบ่งครึ่ง**ซึ่งกันและกัน แต่**ไม่จำเป็นต้องยาวเท่ากัน** (ยาวเท่ากันเมื่อเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า บทเรียน 09)



09 รูปสี่เหลี่ยมชนิดต่าง ๆ

รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าและรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูนเป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน จึงมีสมบัติของบทเรียน 08 ทุกข้อ และยังมีสมบัติเพิ่ม

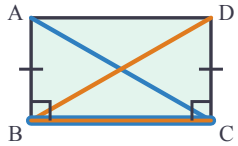
โจทย์ข้อ 1 รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า: เส้นทแยงมุมยาวเท่ากัน

1 ใช้ $\triangle ABC$ กับ $\triangle DCB$ ที่มี BC เป็นด้านร่วม · เติมตาราง (ข้อ 1 ใช้บทเรียน 08)

กำหนดให้ ABCD เป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า **ต้องการพิสูจน์ว่า** AC = DB

	พิสูจน์ (ข้อความ)	เหตุผล
1	AB = DC	
2	$A\hat{B}C = D\hat{C}B = 90°$	มุมทุกมุมของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าเป็นมุมฉาก
3	BC = CB	
4	$\triangle ABC \cong \triangle$	
5	AC =	

เส้นทแยงมุมสองสี



โจทย์ข้อ 2 รูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน: เส้นทแยงมุมตั้งฉากกัน

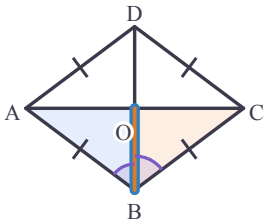
1 AB = CB และ AD = CD เพราะ BD ร่วม

→ $\triangle ABD \cong \triangle CBD$ แบบ จึง $A\hat{B}D = C\hat{B}D$: BD แบ่งครึ่ง B

2 $\triangle ABO \cong \triangle CBO$ แบบ → $A\hat{O}B = C\hat{O}B =$ ° เส้นทแยงมุม กัน

3 ลองอีกข้อ: เส้นทแยงมุมยาว 16 ซม. กับ 12 ซม. ด้านยาว ซม.

ด้านยาวเท่ากันทั้งสี่ด้าน



ก้าวขึ้นอีกขั้น

รูปว่าวและรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส

รูปว่าว (ด้านประชิดยาวเท่ากันสองคู่) มีเส้นทแยงมุมตั้งฉากกัน แต่ไม่ใช่รูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน · **รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส**เป็นทั้งรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าและรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน จึงมีเส้นทแยงมุมยาวเท่ากัน ตั้งฉากกัน



ผืนผ้า: เส้นทแยงมุมยาวเท่ากัน · **ขนมเปียกปูน**: เส้นทแยงมุมตั้งฉากกันและแบ่งครึ่งมุม · **จัตุรัส**: ได้ทุกสมบัติ · ทั้งสามเป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน (เส้นทแยงมุมแบ่งครึ่งซึ่งกันและกัน)



แบบฝึกหัดเบื้องต้น

เฉลยท้ายเล่ม หน้า 30

เติมคำตอบในช่อง ข้อที่มีเส้นบรรทัดให้แสดงวิธีทำ

(1) รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า ABCD มีเส้นทแยงมุม AC = 13 ซม. ตัดกับ BD ที่ O แล้ว BD = ☐ ซม. และ OA = ☐ ซม.

(2) รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า ABCD มี AB = 8 ซม. และ BC = 6 ซม. แล้ว AC = ☐ ซม. = BD

(3) รูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูนมีเส้นทแยงมุมยาว 10 ซม. และ 24 ซม. ด้านยาวด้านละ ☐ ซม.

(4) รูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน ABCD มี $A\hat{B}C = 70°$ แล้ว $A\hat{B}D$ = ☐°

(5) "รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า" ☐ · "รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าทุกรูปเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส" ☐

(6) ว่าวกระดาษ ABCD มี AB = AD = 25 ซม. และ CB = CD = 39 ซม. ไม้ขวาง BD ยาว 30 ซม. ตั้งฉากกับไม้แกน AC ที่ O และ O เป็นจุดกึ่งกลางของ BD ไม้แกน AC ยาวเท่าไร

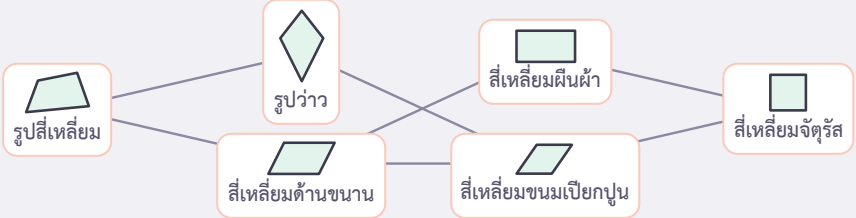
เฉลยโจทย์หน้าซ้าย

โจทย์ข้อ 1 ด้านตรงข้ามของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานยาวเท่ากัน , เป็นด้านร่วม , DCB , ด.ม.ด. , DB , ด้านคู่ที่สมนัยกันของรูปสามเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการยาวเท่ากัน

โจทย์ข้อ 2 ด้านทุกด้านของรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูนยาวเท่ากัน , ด.ด.ด. , มุม , ด.ม.ด. , 90 , ตั้งฉาก , 10

อ่านจากซ้ายไปขวา รูปทางขวามีสมบัติทุกข้อของรูปทางซ้ายที่เส้นโยงถึง

ครอบครัวรูปสี่เหลี่ยม





10 เขียนการพิสูจน์

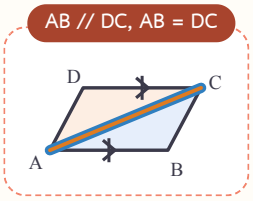
ทุกบรรทัดต้องมีเหตุผลกำกับ ทั้งสองข้อนี้มีนั่งร้านให้ครึ่งหนึ่ง

โจทย์ข้อ 1 เติมเหตุผล (ข้อความให้แล้ว)

1 เติมเหตุผล

กำหนดให้ AB // DC และ AB = DC **ต้องการพิสูจน์ว่า** BC = DA

	พิสูจน์ (ข้อความ)	เหตุผล
1	AB // DC, AB = DC	กำหนดให้
2	$\hat{BAC} = \hat{DCA}$	
3	AC = CA	
4	△ABC ≅ △CDA	
5	BC = DA	



2 ABCD จึงเป็นรูปสี่เหลี่ยม

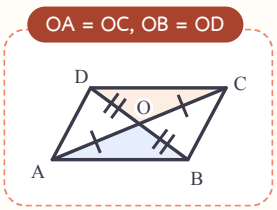
โจทย์ข้อ 2 เขียนข้อความเอง (5 ขั้น เหตุผลให้แล้ว)

1 เขียนข้อความที่ใช้เหตุผลในช่องขวา

กำหนดให้ AC กับ BD ตัดกันที่ O โดย OA = OC และ OB = OD

ต้องการพิสูจน์ว่า AB // DC

	พิสูจน์ (ข้อความ)	เหตุผล
1		กำหนดให้
2		มุมตรงข้ามมุมยอดมีขนาดเท่ากัน
3		ด.ม.ด.
4		มุมคู่ที่สมนัยกันของรูปสามเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการมีขนาดเท่ากัน
5		ถ้ามุมแย้งมีขนาดเท่ากัน แล้วเส้นตรงสองเส้นนั้นขนานกัน



ก้าวขึ้นอีกขั้น

หาขั้นที่ผิดในการพิสูจน์ของเพื่อน

ใบบัว: 1) AB = DE 2) BC = EF 3) $\hat{A} = \hat{D}$ 4) △ABC ≅ △DEF (ด.ม.ด.) · ผิดข้อ

เพราะ $\hat{A}$ ระหว่าง AB กับ BC



เขียนการพิสูจน์ ① กำหนดให้ / ต้องการพิสูจน์ว่า ② หารูปสามเหลี่ยมสองรูป ③ หาส่วนที่เท่ากัน 3 อย่าง (กำหนดให้ ด้านร่วม มุมตรงข้ามมุมยอด มุมแย้ง) ④ บอกเงื่อนไข ⑤ สรุปส่วนที่สมนัยกัน



แบบฝึกหัดเบื้องต้น

เฉลยท้ายเล่ม หน้า 30

เติมคำตอบในช่อง ข้อที่มีเส้นบรรทัดให้เขียนคำตอบเป็นประโยค

(1) เติมเหตุผล

กำหนดให้ AB = AC, BD = CE (D, E อยู่บน BC) **ต้องการพิสูจน์ว่า** △ABD ≅ △ACE

	พิสูจน์ (ข้อความ)	เหตุผล
1	AB = AC, BD = CE	กำหนดให้
2	$A\hat{B}D = A\hat{C}E$	
3	△ABD ≅ △ACE	

(2) AB ตัด CD ที่ M, AM = BM และ CM = DM ได้ △AMC ≅ △ ____ แบบ ____ (มีมุมตรงข้ามมุมยอด) จึง AC = ____

(3) ก่อนเขียน ด.ม.ด. ต้องได้ด้านเท่ากัน ____ คู่ มุมเท่ากัน ____ คู่

(4) หลังบรรทัด △PQR ≅ △XYZ เขียนได้ว่า PR = ____ เพราะเป็นด้านคู่ที่ ____

(5) ข้าวหอมเขียน 1) AB = DE 2) $\hat{B} = \hat{E}$ 3) $\hat{C} = \hat{F}$ (กำหนดให้ทั้งสามข้อ) 4) △ABC ≅ △DEF (ม.ด.ม.) ข้อใดผิด

(6) ภูผาบอกว่า “เห็นในรูปว่ามุมเท่ากัน ก็เขียนลงตารางได้โดยไม่ต้องมีเหตุผล” ภูผาพูด ____ เพราะการดูรูปเป็นเพียงการ ____

เฉลยโจทย์หน้าซ้าย

โจทย์ข้อ 1 มุมแย้งที่เกิดจากเส้นตัดเส้นขนานมีขนาดเท่ากัน , เป็นด้านร่วม , ด.ม.ด. , ด้านคู่ที่สมนัยกันของรูปสามเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการยาวเท่ากัน , ด้านขนาน

โจทย์ข้อ 2 OA = OC, OB = OD , $A\hat{O}B = C\hat{O}D$, △AOB ≅ △COD , $O\hat{A}B = O\hat{C}D$, AB // DC

ยินดีด้วย! ตอนนี้เราพิสูจน์สมบัติของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วและรูปสี่เหลี่ยมได้ด้วยตัวเอง ม.3 จะใช้ตารางแบบเดียวกันกับรูปที่คล้ายกันและวงกลม



แบบทดสอบทบทวน

บทที่ 3 รูปสามเหลี่ยมและรูปสี่เหลี่ยม

ชื่อ _____ ชั้น _____ เลขที่ _____

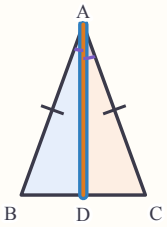
คะแนน

_____ / 100



1 10 คะแนน

$\triangle ABC$ มี AB = AC และ $\hat{A} = 40°$ AD แบ่งครึ่ง $B\hat{A}C$ ตัด BC ที่ D จงหา $\hat{B}$ และ $A\hat{D}B$



2 10 คะแนน

$\triangle ABC$ มี $\hat{B} = \hat{C} = 65°$, AB = $3x - 2$ ซม. และ AC = $x + 10$ ซม. จงหา x และ AB

3 10 คะแนน

รูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน ABCD มี AB = $2y + 1$ ซม., CD = 15 ซม. และเส้นทแยงมุมตัดกันที่ O โดย AO = 6 ซม. จงหา y และ AC

4 10 คะแนน

แต่ละข้อจริงหรือเท็จ (ก) รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสเป็นรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน (ข) เส้นทแยงมุมของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าตั้งฉากกันเสมอ (ค) เส้นทแยงมุมของรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูนยาวเท่ากันเสมอ (ง) รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าเป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน

5 10 คะแนน

เติมตารางให้สมบูรณ์ (D เป็นจุดกึ่งกลางของ BC) · **กำหนดให้** AB = AC และ BD = CD **ต้องการพิสูจน์ว่า** $B\hat{A}D = C\hat{A}D$

	พิสูจน์ (ข้อความ)	เหตุผล
1	AB = AC, BD = CD	กำหนดให้
2	AD = AD	
3	$\triangle ABD \cong \triangle$	
4	$B\hat{A}D = C\hat{A}D$	

6 10 คะแนน

เติมข้อความให้สมบูรณ์ (ABCD เป็นรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน) · **กำหนดให้** ABCD เป็นรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน **ต้องการพิสูจน์ว่า** $A\hat{B}D = C\hat{B}D$

	พิสูจน์ (ข้อความ)	เหตุผล
1		ด้านทุกด้านของรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูนยาวเท่ากัน
2		เป็นด้านร่วม
3		ด.ด.ด.
4	$A\hat{B}D = C\hat{B}D$	

7 10 คะแนน

ตะวันเขียนพิสูจน์ว่า 1) AB = AC (กำหนดให้) 2) BD = CD (กำหนดให้) 3) $A\hat{B}D = A\hat{C}D$ (มุมคู่ที่สมนัยกัน) 4) $\triangle ABD \cong \triangle ACD$ (ด.ม.ด.) ข้อใดผิด และควรแก้อย่างไร

8 10 คะแนน

(ทบทวนบทที่ 2) ช่างไม้ต้องการแบ่งแผ่นไม้ยาว 1.2 ม. ออกเป็นสองท่อนเท่ากันโดยไม่ใช้ไม้บรรทัด จึงใช้วงเวียนเขียนส่วนโค้ง รัศมีเท่ากันจากปลายทั้งสอง แต่ละท่อนยาวกี่เมตร และเงื่อนไขใดรับรองว่าแบ่งได้เท่ากันจริง

9 10 คะแนน

(ทบทวนบทที่ 1) มะลิบอกว่า “ถ้ารูปสี่เหลี่ยมมีเส้นทแยงมุมตั้งฉากกัน แล้วรูปนั้นเป็นรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน” จงหาตัวอย่างค้าน และเขียนบทกลับของประโยคนี้ พร้อมบอกว่าบทกลับจริงหรือเท็จ

10 10 คะแนน

สวนหย่อมรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ากว้าง 9 ม. ยาว 12 ม. มีทางเดินตามเส้นทแยงมุมทั้งสองเส้น ตัดกันที่น้ำพุ O น้ำพุอยู่ห่างจากมุมสวนแต่ละมุมกี่เมตร จงให้เหตุผล

ก้าวต่อไปเรียนรู้

ต่อไป ม.3

ตารางพิสูจน์แบบเดียวกันนี้ ม.3 จะใช้กับรูปที่คล้ายกันและสมบัติของวงกลม · ทุกครั้งที่สงสัยว่า “ทำไม” ให้ถามว่าเหตุคืออะไร และผลตามมาด้วยเหตุผลใด



เฉลยแบบฝึกหัดเบื้องต้น

01 สังเกตจากตัวอย่าง กับ ให้เหตุผลจากสมบัติ

(1) สังเกตจากตัวอย่าง (2) ให้เหตุผลจากสมบัติ (3) 8 , คู่ (4) 0.25 , น้อยกว่า (5) 70 , 110

(6) $x = 20$ · $A\hat{O}C = 65°$ (7) ไม่จริง: $n = 11$ ได้ $2{,}047 = 23 \times 89$

02 ประโยคเงื่อนไขและบทกลับ

(1) AB // CD , มุมแย้งมีขนาดเท่ากัน (2) จริง , เท็จ , 6 (3) จริง , เท็จ , −3 (4) จริง , เท็จ (5) จริง , จริง

(6) ถ้ามุมสองมุมมีขนาดเท่ากัน แล้วมุมทั้งสองเป็นมุมตรงข้ามมุมยอด · เท็จ (7) ถ้าสนามหญ้าเปียก แล้วฝนตก · ไม่จริงเสมอไป

03 ทำไมการแบ่งครึ่งส่วนของเส้นตรงจึงถูก

(1) 5 (2) ไม่ตัดกัน (3) 7 , ด.ม.ด. (4) 4 , 3

(5) เป็นด้านร่วม , ด.ด.ด. , มุมคู่ที่สมนัยกันของรูปสามเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการมีขนาดเท่ากัน (6) ต้นละ 10 ม.

04 ทำไมการสร้างมุมเท่ากันและการแบ่งครึ่งมุมจึงถูก

(1) 36 (2) 30 (3) 3 (4) ด.ด.ด. , มุม

(5) รัศมีของวงเวียนที่กางไว้เท่ากัน , ด.ด.ด. , มุมคู่ที่สมนัยกันของรูปสามเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการมีขนาดเท่ากัน

(6) ไม่แบ่งครึ่ง เพราะ DF ≠ EF ใช้ ด.ด.ด. ไม่ได้

05 เส้นตั้งฉาก เส้นขนาน และการนำการสร้างไปใช้

(1) 4 , 3 (2) มุมแย้ง (3) 64 , ไม่ขนาน (4) เป็นด้านร่วม , ด.ม.ด. (5) SB = 12 ม. · ม.ม.ด. (6) ด.ด.ด. , ไม่ได้

06 รูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว

(1) 50 , 80 (2) 70 (3) 6 , 8 (4) 27 (5) $x = 38$ · $\hat{C} = 71°$ (6) 60 (7) AD = 8 ซม.

เฉลยแบบฝึกหัดเบื้องต้น

07 บทกลับ: มุมสองมุมเท่ากัน → หน้าจั่ว

(1) BC , AC (2) EF , DE (3) 6 (4) 55 , เป็น (5) $\hat{C}$ = 72° · AB = AC = 10 ซม. (6) สูง 12 ม.

08 รูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน

(1) 9 , 28 (2) 115 , 65 (3) 8 , 5 (4) x = 9 · AB = 23 ซม. (5) y = 8 · AC = 22 ซม.

(6) เป็น เพราะด้านตรงข้ามยาวเท่ากันสองคู่

09 รูปสี่เหลี่ยมชนิดต่าง ๆ

(1) 13 , 6.5 (2) 10 (3) 13 (4) 35 (5) จริง , เท็จ (6) AC = 56 ซม.

10 เขียนการพิสูจน์

(1) มุมที่ฐานของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วมีขนาดเท่ากัน , ด.ม.ด. (2) BMD , ด.ม.ด. , BD (3) 2 , 1 (4) XZ , สมนัยกัน

(5) ข้อ 4: ต้องเป็น ม.ม.ด. (6) ไม่ถูก , สังเกตจากตัวอย่าง

บันทึกความก้าวหน้าของฉัน

ทำเสร็จแล้วกา ✓ ในช่อง บทเรียนไหนยังไม่มั่นใจ กาช่องสุดท้ายไว้กลับมาทบทวน

บทเรียน	เรียนหน้าซ้าย	ทำแบบฝึก	ทำถูก	อยากทบทวน
บทที่ 1 การให้เหตุผลและประโยคเงื่อนไข				
01 สังเกตจากตัวอย่าง กับ ให้เหตุผลจากสมบัติ	☐	☐	____ / 7	☐
02 ประโยคเงื่อนไขและบทกลับ	☐	☐	____ / 7	☐
แบบทดสอบทบทวน บทที่ 1			____ / 100	☐
บทที่ 2 ให้เหตุผลเกี่ยวกับการสร้าง				
03 ทำไมการแบ่งครึ่งส่วนของเส้นตรงจึงถูก	☐	☐	____ / 6	☐
04 ทำไมการสร้างมุมเท่ากันและการแบ่งครึ่งมุมจึงถูก	☐	☐	____ / 6	☐
05 เส้นตั้งฉาก เส้นขนาน และการนำการสร้างไปใช้	☐	☐	____ / 6	☐
แบบทดสอบทบทวน บทที่ 2			____ / 100	☐
บทที่ 3 รูปสามเหลี่ยมและรูปสี่เหลี่ยม				
06 รูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว	☐	☐	____ / 7	☐
07 บทกลับ: มุมสองมุมเท่ากัน → หน้าจั่ว	☐	☐	____ / 6	☐
08 รูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน	☐	☐	____ / 6	☐
09 รูปสี่เหลี่ยมชนิดต่าง ๆ	☐	☐	____ / 6	☐
10 เขียนการพิสูจน์	☐	☐	____ / 6	☐
แบบทดสอบทบทวน บทที่ 3			____ / 100	☐



ครบทุกบทเรียนแล้ว เก่งมาก! ตอนนี้เราไม่ได้แค่รู้ว่าสมบัติของรูปเรขาคณิตจริง แต่บอกได้ด้วยว่า**ทำไม**จึงจริง ม.3 จะใช้การให้เหตุผลแบบนี้ต่อกับรูปที่คล้ายกันและวงกลม

บันทึก

One by One
Step by Step

เรียนทีละบท ฝึกทีละขั้น

หนังสือชุด One by One ม.2

1. ทฤษฎีบทพีทาโกรัส
2. ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง
3. ปริซึมและทรงกระบอก
4. การแปลงทางเรขาคณิต
5. สมบัติของเลขยกกำลัง
6. พหุนาม
7. สถิติ (2)
8. ความเท่ากันทุกประการ
9. เส้นขนาน
10. **การให้เหตุผลทางเรขาคณิต**
11. การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสอง



Math Step Studio
mathstepstudio.com