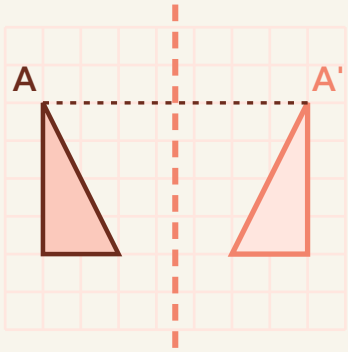
ONE BY ONE
STEP BY STEP

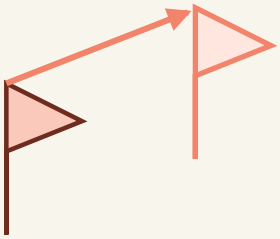


การแปลงทางเรขาคณิต

ม.2

11 บทเรียน · ฉบับนักเรียน





เลื่อนขนาน ขวา 5 ขึ้น 2

ชื่อ _____ นามสกุล _____

ชั้น ม.2/ _____ เลขที่ _____

สารบัญ

บทที่ 1 การเลื่อนขนาน

01 การแปลงและการเลื่อนขนาน	4
02 สมบัติของการเลื่อนขนาน	6
03 การเลื่อนขนานบนระนาบพิกัด	8
แบบทดสอบทบทวน บทที่ 1	10

บทที่ 2 การสะท้อน

04 การสะท้อนและเส้นสะท้อน	12
05 สมบัติของการสะท้อน	14
06 การสะท้อนบนระนาบพิกัด	16
แบบทดสอบทบทวน บทที่ 2	18

บทที่ 3 การหมุนและการนำไปใช้

07 การหมุน	20
08 สมบัติของการหมุน	22
09 การหมุนบนระนาบพิกัด (รอบจุดกำเนิด)	24
10 การแปลงหลายครั้ง	26
11 ระบุการแปลงและออกแบบลวดลาย	28
แบบทดสอบทบทวน บทที่ 3	30
เฉลยแบบฝึกหัดเบื้องต้น	32
บันทึกความก้าวหน้าของฉัน	34

ใช้เล่มนี้อย่างไร

ทุกบทเรียนมี 2 หน้า วางโครงเหมือนกันทุกบท เรียนทีละเรื่อง ทีละขั้น

1 หน้าซ้าย · เรียนรู้ผ่านโจทย์

อ่านโจทย์ข้อ 1 และ 2 ดูรูปต้นแบบและภาพบนกระดาษตารางหรือระนาบพิกัด แล้วเติมคำตอบลงในช่องทีละขั้น เพื่อค้นพบวิธีคิดด้วยตัวเอง

2 ก้าวขั้นอีกขั้น

กล่องสีเทาท้ายหน้า บอกเหตุผลเบื้องหลัง ทางลัด หรือเรื่องที่ต่อยอดได้

3 หน้าขวา · สรุป + ฝึก

อ่านแถบสรุปด้านบน ทำแบบฝึกหัดเบื้องต้นเรียงจากง่ายไปยาก แล้วตรวจกับเฉลยโจทย์หน้าซ้ายและเฉลยท้ายเล่ม

4 แบบทดสอบทบทวน

ท้ายแต่ละบท มีคะแนนกำกับทุกข้อ ลองทำโดยไม่เปิดดูบทเรียน แล้วรวมคะแนน

สัญลักษณ์ที่ใช้ในเล่ม

A'	อ่านว่า เอ ไพรม์ คือภาพของจุด A · A'' (เอ ดับเบิลไพรม์) คือภาพที่ได้จากการแปลงครั้งที่สอง
รูปต้นแบบ ภาพ	สีฟ้า = รูปต้นแบบ · สีส้ม = ภาพที่โจทย์ให้ (ภาพที่สองใช้สีเขียว)
เส้นสะท้อน	เส้นสะท้อน (เส้นประสีม่วง) · เส้นช่วยเป็นเส้นประสีส้ม
$(x, y) \to (x+4, y-3)$	กฎของการแปลงบนระนาบพิกัด: จุด (x, y) ไปอยู่ที่ $(x+4, y-3)$
$A\hat{O}A'$ · $\triangle ABC$	มุม AOA′ (หมวกอยู่บนจุดยอด O) · รูปสามเหลี่ยม ABC
ตามเข็มนาฬิกา / ทวนเข็มนาฬิกา	ทิศทางของการหมุน (เขียนเป็นคำ ไม่ใช้มุมติดลบ)

ทบทวนก่อนเริ่ม

- คู่อันดับ (x, y) และจตุภาค (เล่มกราฟ ม.1)
- เส้นแบ่งครึ่งและตั้งฉากของส่วนของเส้นตรง (เล่มการสร้าง ม.1)
- มุมฉาก 90° · มุมตรง 180° · หนึ่งรอบ 360°
- ระยะจากจุดถึงเส้นตรงวัดตามแนวตั้งฉาก



เล่มนี้ไม่ต้องรีบ ทำทีละบทเรียน ถ้าติดตรงไหน ย้อนไปดูโจทย์ข้อ 1–2 ของบทเรียนนั้นอีกรอบ

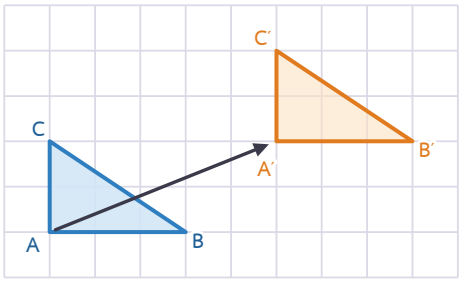
01 การแปลงและการเลื่อนขนาน

ต่อจากเล่มกราฟ ม.1 (นับช่องบนกระดาษตาราง) · การแปลงทางเรขาคณิตคือการย้ายรูปไปอยู่ที่ใหม่ตามกติกา เริ่มจากการเลื่อนขนาน ซึ่งทุกจุดของรูปเลื่อนไปทางเดียวกัน เป็นระยะเท่ากัน

โจทย์ข้อ 1 เลื่อนรูปสามเหลี่ยมไปทางขวาและขึ้น

1. ลูกศรลากจาก A ไป A′: ไปทางขวา ____ ช่อง แล้วขึ้น ____ ช่อง
2. จาก B ไป B′ ไปทางขวา ____ ช่อง ขึ้น ____ ช่อง · จาก C ไป C′ ก็เลื่อนเท่ากัน
3. AB ยาว ____ ช่อง และ A′B′ ยาว ____ ช่อง รูปไม่เปลี่ยนขนาด
4. รูป ABC เรียกว่า รูปต้นแบบ · รูป A′B′C′ เรียกว่า ภาพที่ได้จากการเลื่อนขนาน (อ่าน A′ ว่า เอ ไพรม์)

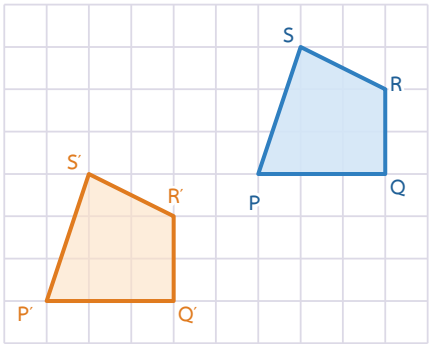
ลูกศรบอกการเลื่อน



โจทย์ข้อ 2 ดูรูปต้นแบบกับภาพ แล้วบอกว่าเลื่อนอย่างไร

1. จาก P ไป P′ เลื่อนไปทาง ____ ____ ช่อง และ ____ ____ ช่อง
2. ลองนับจาก R ไป R′ ได้ผล ____ (ทุกจุดเลื่อนเท่ากัน)
3. ภาพ P′Q′R′S′ มีขนาดและรูปร่าง ____
4. ถ้าจะเลื่อนภาพกลับที่เดิม ต้องเลื่อนไปทาง ____ ____ ช่อง และ ____ ____ ช่อง

นับช่องจาก P ไป P′



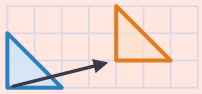
ก้าวขึ้นอีกขั้น

ลายที่ซ้ำเป็นแถว

ลายผ้าขาวม้า ลายรั้วระแนง และลายกระเบื้องปูพื้น เกิดจากการเลื่อนขนานลายเดิมซ้ำ ๆ · ถ้าลายผ้าซ้ำทุก 4 ซม. ลายที่ 5 อยู่ห่างจากลายที่ 1 เป็นระยะ ____ ซม.



การเลื่อนขนาน ทุกจุดของรูปต้นแบบเลื่อนไปใน**ทิศทางเดียวกัน** เป็น**ระยะทางเท่ากัน** · บอกการเลื่อนด้วยจำนวนช่องไปทางซ้ายหรือขวา และขึ้นหรือลง · **ลูกศรบอกการเลื่อน**ลากจากจุดบนรูปต้นแบบไปยังจุดที่สมนัยกันบนภาพ



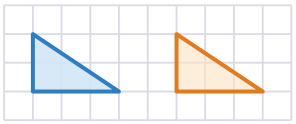
รูปต้นแบบ ภาพ

แบบฝึกหัดเบื้องต้น

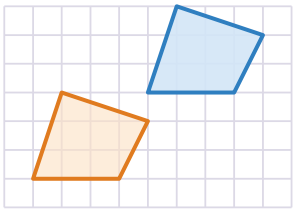
เฉลยท้ายเล่ม หน้า 32

เติมคำตอบในช่อง ข้อที่ให้วาด ให้วาดลงบนกระดาษตารางในข้อนั้น ข้อที่มีเส้นบรรทัดให้แสดงวิธีทำ

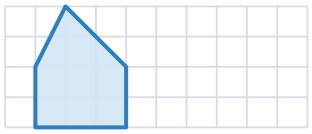
(1) รูปสีฟ้าเลื่อนไปทาง ☐ ☐ ช่อง ได้รูปสีส้ม



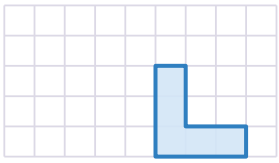
(2) เลื่อนไปทาง ☐ ☐ ช่อง ☐ ☐ ช่อง



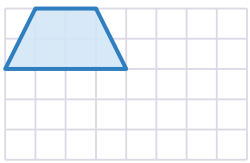
(3) วาดภาพที่ได้จากการเลื่อนรูปไปทางขวา 5 ช่อง



(4) วาดภาพที่ได้จากการเลื่อนรูปไปทางซ้าย 4 ช่อง และขึ้น 2 ช่อง



(5) วาดภาพที่ได้จากการเลื่อนรูปลง 3 ช่อง และไปทางขวา 4 ช่อง



(6) ภูผาเลื่อนรูปสามเหลี่ยม ABC โดยเลื่อนจุด A ไปทางขวา 3 ช่อง แต่เลื่อนจุด B ไปทางขวา 4 ช่อง ภาพที่ได้เป็นภาพจากการเลื่อนขนานหรือไม่ เพราะอะไร

เฉลยโจทย์หน้าซ้าย

โจทย์ข้อ 1 5 , 2 , 5 , 2 , 3 , 3 โจทย์ข้อ 2 ซ้าย , 5 , ลง , 3 , เหมือนกัน , เหมือนเดิม , ขวา , 5 , ขึ้น , 3

ระวัง! ระยะที่เลื่อนนับจากจุดหนึ่งไปยังจุดที่สมนัยกัน (A ไป A′) **ไม่ใช่**นับช่องว่างระหว่างรูปสองรูป



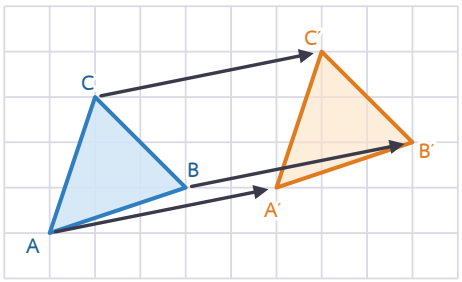
02 สมบัติของการเลื่อนขนาน

ต่อจากบทเรียน 01 · ลากลูกศรจากทุกจุดไปยังภาพของจุดนั้น แล้วดูว่าลูกศรเหมือนกันอย่างไร และรูปเปลี่ยนไปหรือไม่

โจทย์ข้อ 1 ลูกศรจาก A, B, C ไปยังภาพ

1. AA′ ไปทางขวา ☐ ขึ้น ☐ · BB′ ไปทางขวา ☐ ขึ้น ☐ · CC′ ก็เช่นเดียวกัน
2. ลูกศรทั้งสามยาว ☐ และชี้ไปทางเดียวกัน จึง ☐ : AA′ // BB′ // CC′
3. ด้านที่สมนัยกันก็ขนานกัน เช่น AB // ☐ และ BC // ☐

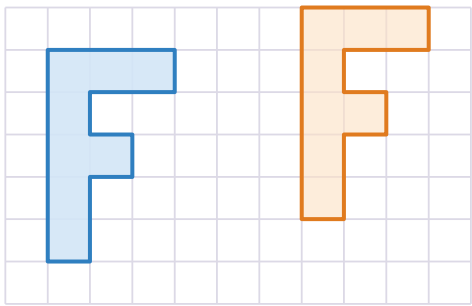
ลูกศรสามเส้นสีเดียวกัน



โจทย์ข้อ 2 ตัวอักษร F ไม่กลับด้าน

1. ขาบนของตัว F ยาว ☐ ช่องทั้งในรูปต้นแบบและในภาพ · ขากลางยาว ☐ ช่อง
2. ขาของตัว F ทั้งสองรูปชี้ไปทาง ☐ เหมือนกัน ภาพ**ไม่กลับด้าน**และ**ไม่หมุน**
3. ความยาวรอบรูปของตัว F ต้นแบบ = ☐ ช่อง ของภาพ = ☐ ช่อง
4. ตัดรูปต้นแบบไปวางบนภาพจะทับกันสนิท รูปทั้งสอง ☐

หันไปทางเดิม



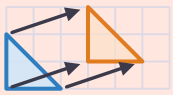
ก้าวขึ้นอีกขั้น

เลื่อนสองครั้ง เท่ากับเลื่อนครั้งเดียว

เลื่อนไปทางขวา 3 ช่อง แล้วเลื่อนไปทางขวาอีก 2 ช่อง เหมือนเลื่อนไปทางขวา ☐ ช่องครั้งเดียว · ขวา 3 ขึ้น 1 แล้วซ้าย 5 ขึ้น 2 เหมือนเลื่อนไปทาง ☐ ☐ ช่อง ขึ้น ☐ ช่อง



สมบัติของการเลื่อนขนาน (1) ส่วนของเส้นตรงที่เชื่อมจุดกับภาพของจุดนั้น เช่น AA′, BB′, CC′ **ยาวเท่ากันและขนานกัน** (2) ภาพ**เท่ากันทุกประการ**กับรูปต้นแบบ ด้านยาวเท่าเดิม มุมมีขนาดเท่าเดิม (3) ภาพ**หันไปทางเดิม** ไม่พลิก ไม่หมุน

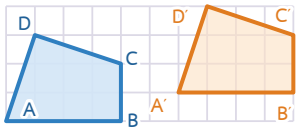


แบบฝึกหัดเบื้องต้น

➜ เฉลยท้ายเล่ม หน้า 32

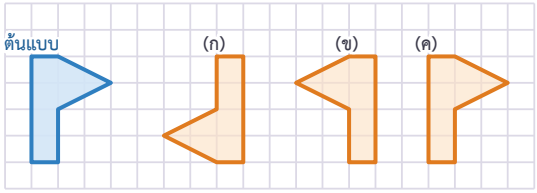
เติมคำตอบในช่อง ข้อที่ให้วาด ให้วาดลงบนกระดาษตารางในข้อนั้น ข้อที่มีเส้นบรรทัดให้แสดงวิธีทำ

(1) AB = ☐ ช่อง A′B′ = ☐ ช่อง · CC′ ขนานกับ ☐

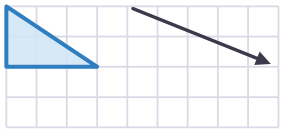


(2) △ABC มีมุม B ขนาด 65° และ BC = 4.5 ซม. เลื่อนขนานได้ภาพ A′B′C′ มุม B′ มีขนาด ☐ ° และ B′C′ = ☐ ซม.

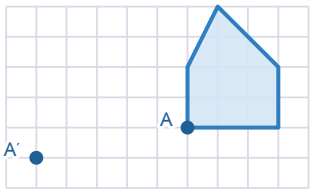
(3) รูปที่เป็นภาพจากการเลื่อนขนานของรูปต้นแบบคือรูป ☐



(4) วาดภาพที่ได้จากการเลื่อนรูปตามลูกศรบอกการเลื่อน



(5) A′ เป็นภาพของ A จากการเลื่อนขนาน วาดภาพของรูปทั้งรูป



(6) เลื่อนรูปไปทางขวา 2 ช่อง ลง 4 ช่อง แล้วเลื่อนต่อไปทางซ้าย 6 ช่อง ขึ้น 1 ช่อง รวมแล้วเหมือนเลื่อนครั้งเดียวอย่างไร

เฉลยโจทย์หน้าซ้าย

โจทย์ข้อ 1 5 , 1 , 5 , 1 , เท่ากัน , ขนานกัน , A′B′ , B′C′ โจทย์ข้อ 2 3 , 2 , ขวา , 18 , 18 , เท่ากันทุกประการ

เลื่อนกลับที่เดิม ถ้าเลื่อนรูปไปทางขวา 4 ช่อง ขึ้น 3 ช่อง การเลื่อนที่พาภาพกลับไปที่เดิมคือ ไปทาง ☐ ☐ ช่อง และ ☐ ☐ ช่อง



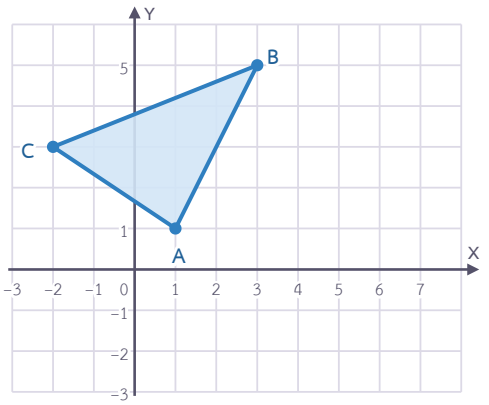
03 การเลื่อนขนานบนระนาบพิกัด

ต่อจากเล่มกราฟ ม.1 (คู่อันดับ) · บนระนาบพิกัด การเลื่อนไปทางขวาหรือซ้ายเปลี่ยนค่า x การเลื่อนขึ้นหรือลงเปลี่ยนค่า y

โจทย์ข้อ 1 เลื่อนตามกฎ $(x, y) \to (x + 4, y - 3)$

1. เลื่อนไปทางขวา 4 หน่วย ค่า x [ ] 4 · เลื่อนลง 3 หน่วย ค่า y [ ] 3
2. A(1, 1) → A′(1 + 4, 1 − 3) = A′ ([ ] , [ ])
3. B(3, 5) → B′([ ] , [ ]) · C(−2, 3) → C′([ ] , [ ])
4. ลงจุด A′, B′, C′ แล้วเชื่อมเป็นรูป ได้ภาพที่ [ ] กับ △ABC

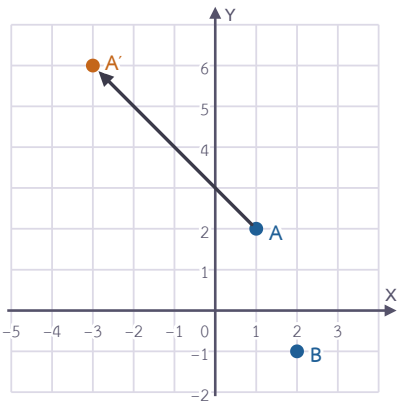
ลงจุดภาพทีละจุด



โจทย์ข้อ 2 รู้ A(1, 2) กับภาพ A′(−3, 6) หาการเลื่อน

1. ค่า x เปลี่ยนจาก 1 เป็น −3: เลื่อนไปทาง [ ] [ ] หน่วย
2. ค่า y เปลี่ยนจาก 2 เป็น 6: เลื่อน [ ] [ ] หน่วย
3. เขียนเป็นกฎ $(x, y) \to$ [ ]
4. ภาพของ B(2, −1) คือ B′([ ] , [ ])

เทียบพิกัดของ A กับ A′



ก้าวขึ้นอีกขั้น

ย้อนกลับ: รู้ภาพ หาจุดต้นแบบ

กฎ $(x, y) \to (x + 4, y - 3)$ ได้ภาพ P′(3, −2) จุดต้นแบบคือ P([ ] , [ ]) เพราะต้องย้อนไปทางซ้าย 4 หน่วย และขึ้น 3 หน่วย



การเลื่อนขนานบนระนาบพิกัด เลื่อนไปทางขวา a หน่วย และขึ้น b หน่วย เขียนเป็น $(x, y) \to (x + a, y + b)$ · ไปทางซ้ายลบที่ x ลงลบที่ y · หาภาพของจุดยอดทีละจุด แล้วเชื่อมเป็นรูป

เลื่อน	พิกัด
ไปทางขวา a	$x + a$
ไปทางซ้าย a	$x - a$
ขึ้น b	$y + b$
ลง b	$y - b$

แบบฝึกหัดเบื้องต้น

เฉลยท้ายเล่ม หน้า 32

เติมคำตอบในช่อง ข้อ (6) วาดบนระนาบพิกัด ข้อที่มีเส้นบรรทัดให้แสดงวิธีทำ

(1) $(x, y) \to (x + 3, y + 2)$: $(2, 1) \to$ (☐ , ☐)

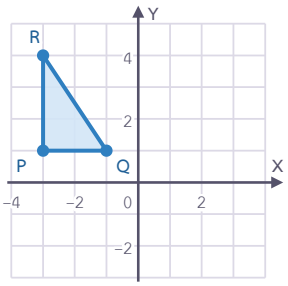
(2) $(x, y) \to (x - 5, y + 1)$: $(-1, 4) \to$ (☐ , ☐)

(3) $(x, y) \to (x - 2, y - 6)$: $(0, 3) \to$ (☐ , ☐) · $(4, -1) \to$ (☐ , ☐)

(4) เลื่อนไปทางซ้าย 3 หน่วย ขึ้น 5 หน่วย เขียนเป็น $(x, y) \to$ ☐

(5) $A(3, -1) \to A'(-1, 2)$ เลื่อนไปทาง ☐ ☐ หน่วย และ ☐ ☐ หน่วย

(6) เลื่อน $\triangle PQR$ ตามกฎ $(x, y) \to (x + 5, y - 3)$ วาดภาพและบอกพิกัดของ P′, Q′, R′



(7) กฎ $(x, y) \to (x + 6, y - 2)$ ได้ภาพ $M'(1, 1)$ จงหาจุด M

(8) ตัวละครในเกมเริ่มที่จุด $(-4, -2)$ ทุกตาเดินตามกฎ $(x, y) \to (x + 3, y + 2)$ เดิน 2 ตาแล้วอยู่ที่จุดใด

เฉลยโจทย์หน้าซ้าย

โจทย์ข้อ 1 เพิ่มขึ้น , ลดลง , 5 , −2 , 7 , 2 , 2 , 0 , เท่ากันทุกประการ **โจทย์ข้อ 2** ซ้าย , 4 , ขึ้น , 4 , $(x - 4, y + 4)$, −2 , 3

ระวัง! $(x, y) \to (x + 4, y - 3)$ เลื่อน**ลง** 3 หน่วย (ค่า y ลดลง) · ไปทางซ้ายหรือขวาเปลี่ยนเฉพาะ x ขึ้นหรือลงเปลี่ยนเฉพาะ y



แบบทดสอบทบทวน

บทที่ 1 การเลื่อนขนาน

ชื่อ _____ ชั้น _____ เลขที่ _____

คะแนน

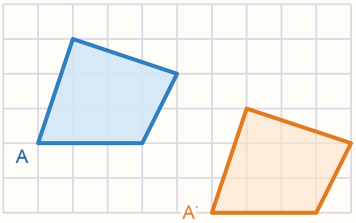
_____

/ 100



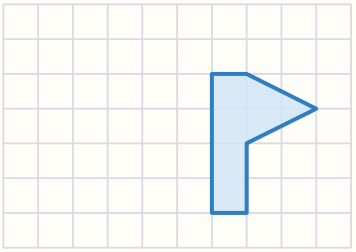
1 10 คะแนน

รูปต้นแบบ (สีฟ้า) เลื่อนขนานอย่างไรจึงได้ภาพ (สีส้ม)



2 10 คะแนน

วาดภาพที่ได้จากการเลื่อนรูปไปทางซ้าย 4 ช่อง และขึ้น 2 ช่อง

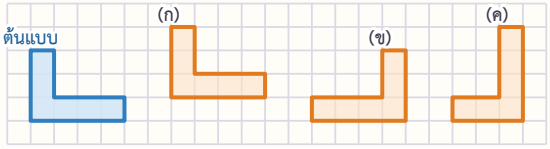


3 10 คะแนน

$\triangle ABC$ มี $AB = 6$ ซม. และมุม A ขนาด 50° เลื่อนขนานได้ $\triangle A'B'C'$ จงหา $A'B'$ และขนาดของมุม A' พร้อมบอกเหตุผล

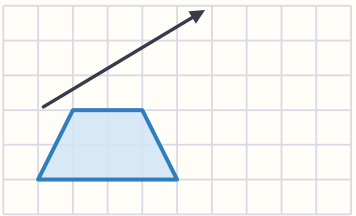
4 10 คะแนน

รูปใดเป็นภาพที่ได้จากการเลื่อนขนานของรูปต้นแบบ และรูปที่เหลือต่างจากรูปต้นแบบอย่างไร



5 10 คะแนน

วาดภาพที่ได้จากการเลื่อนรูปตามลูกศรบอกการเลื่อน



6 10 คะแนน

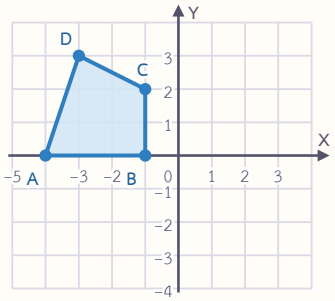
จงหาภาพของ A(3, 1), B(0, −4), C(−1, 2) จากการเลื่อนขนานตามกฎ $(x, y) \to (x - 2, y + 5)$

7 10 คะแนน

A(−2, 3) เลื่อนขนานได้ A′(4, 1) จงเขียนกฎของการเลื่อน และหาภาพของ B(0, −4)

8 10 คะแนน

รูปสี่เหลี่ยม ABCD เลื่อนตามกฎ $(x, y) \to (x + 3, y - 3)$ วาดภาพ A′B′C′D′ และบอกพิกัดของจุดยอด



9 10 คะแนน

ภูผาเลื่อนจุด K ตามกฎ $(x, y) \to (x + 2, y - 3)$ แล้วเลื่อนต่อตามกฎ $(x, y) \to (x - 5, y + 1)$ ได้จุด (0, 0) จงเขียนกฎของการเลื่อนครั้งเดียวที่ได้ผลเหมือนกัน และหาจุด K

10 10 คะแนน

รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า ABCD มี A(−4, −1), B(0, −1), C(0, 2), D(−4, 2) เลื่อนขนานตามกฎ $(x, y) \to (x + 5, y + 1)$ จงหาพิกัดของ C′ และพื้นที่ของรูป A′B′C′D′

ก้าวต่อไปสู่ความสำเร็จ

ต่อไป: การสะท้อน

การเลื่อนขนานไม่พลิกรูปและไม่หมุนรูป บทต่อไปจะ**พลิก**รูปข้ามเส้นตรง เหมือนภาพในกระจกเงา



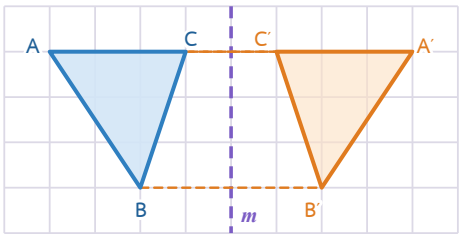
04 การสะท้อนและเส้นสะท้อน

ต่อจากเล่มการสร้าง ม.1 (ระยะจากจุดถึงเส้นตรงวัดตามแนวตั้งฉาก) · การสะท้อนให้ภาพเหมือนภาพในกระจกเงา โดยมีเส้นตรงเส้นหนึ่งเป็นเส้นสะท้อน (เส้นประ)

โจทย์ข้อ 1 สะท้อนข้ามเส้นแนวตั้ง

1. จุด A ห่างจากเส้นสะท้อน m [ ] ช่อง และ A′ ก็ห่างจากเส้น m [ ] ช่อง แต่อยู่คนละข้าง
2. B ห่างจากเส้น m [ ] ช่อง · C ห่างจากเส้น m [ ] ช่อง ภาพของแต่ละจุดก็ห่างเท่ากัน
3. เส้นที่เชื่อม A กับ A′ [ ] กับเส้นสะท้อน
4. รูป A′B′C′ เรียกว่า ภาพที่ได้จากการสะท้อน ของรูป ABC ข้ามเส้น m

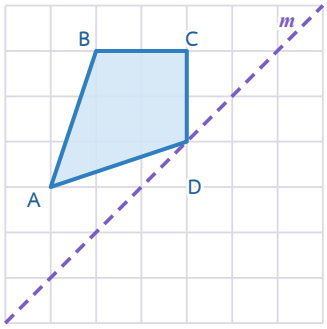
ห่างจากเส้นสะท้อนเท่ากัน



โจทย์ข้อ 2 สะท้อนข้ามเส้นทแยงมุมของช่อง

1. จาก A เดินตามแนวทแยงของช่อง (ตั้งฉากกับเส้น m) [ ] ทแยง ช่องก็ถึงเส้น m เดินต่อไปอีกเท่ากันได้ A′
2. จาก B เดิน [ ] ทแยงช่องถึงเส้น m แล้วต่ออีก [ ] ทแยงช่อง ได้ B′
3. ลองอีกจุด: C ห่างจากเส้น m [ ] ทแยงช่อง
4. จุด D อยู่บนเส้นสะท้อน ภาพของ D คือจุด [ ] เอง

นับตามแนวทแยงของช่อง



ก้าวขึ้นอีกขั้น

กับดัก: วัดระยะในแนวตั้งฉากกับเส้นสะท้อน

จุด A ห่างจากเส้นทแยง m ในแนวนอน 2 ช่อง ถ้านับต่อไปทางขวาอีก 2 ช่อง จะได้จุดที่เส้นเชื่อมกับ A [ ] กับเส้น m จึงไม่ใช่ภาพ · ต้องวัดระยะตามแนว [ ] กับเส้นสะท้อนเสมอ



การสะท้อนข้ามเส้น m จุดกับภาพของจุดนั้นอยู่**คนละข้าง**ของเส้นสะท้อน **ห่างจากเส้นสะท้อนเท่ากัน** และเส้นที่เชื่อมสองจุดนี้**ตั้งฉาก**กับเส้นสะท้อน · จุดบนเส้นสะท้อนเป็นภาพของตัวเอง



รูปต้นแบบ ภาพ เส้นสะท้อน

04
05
06

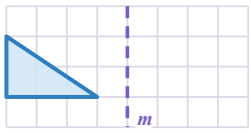
แบบฝึกหัดเบื้องต้น

เฉลยท้ายเล่ม หน้า 32

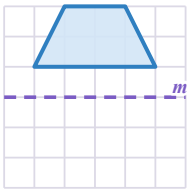
เติมคำตอบในช่อง ข้อที่ให้วาด ให้วาดลงบนกระดาษตารางในข้อนั้น ข้อที่มีเส้นบรรทัดให้แสดงวิธีทำ

(1) จุด P ห่างจากเส้นสะท้อน 3.5 ซม. ภาพ P′ ห่างจากเส้นสะท้อน ☐ ซม. และ PP′ ยาว ☐ ซม.

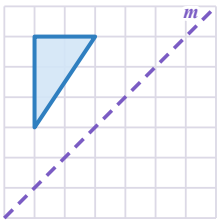
(2) วาดภาพที่ได้จากการสะท้อนรูปข้ามเส้น m



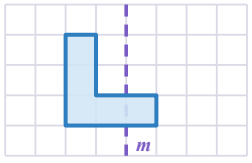
(3) วาดภาพที่ได้จากการสะท้อนรูปข้ามเส้น m



(4) วาดภาพที่ได้จากการสะท้อนรูปข้ามเส้นทแยง m



(5) รูปนี้คร่อมเส้น m วาดภาพที่ได้จากการสะท้อนข้ามเส้น m



(6) ด้านหน้ารถพยาบาลมักเขียนคำว่า “AMBULANCE” แบบกลับด้าน เพราะอะไร

เฉลยโจทย์หน้าซ้าย

โจทย์ข้อ 1 4 , 4 , 2 , 1 , ตั้งฉาก โจทย์ข้อ 2 1 , 2 , 2 , 1 , D

เคล็ดลับ เส้นสะท้อนเอียง: หมุนหนังสือให้เส้นสะท้อนตั้งตรงก่อน แล้วนับช่องตามแนวทแยง หรือพับกระดาษตามเส้นสะท้อนแล้วส่องดู



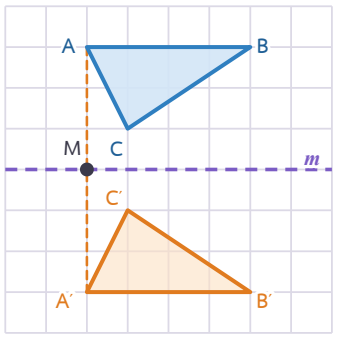
05 สมบัติของการสะท้อน

ต่อจากบทเรียน 04 และเล่มการสร้าง ม.1 (เส้นแบ่งครึ่งและตั้งฉาก) · ดูว่าเส้นสะท้อนเกี่ยวข้องกับ AA′ อย่างไร และภาพจากการสะท้อนต่างจากการเลื่อนขนานตรงไหน

โจทย์ข้อ 1 เส้นสะท้อนกับ AA′

1. AA′ ตัดเส้นสะท้อน m ที่จุด M · AM = ☐ ช่อง และ MA′ = ☐ ช่อง เส้น m จึง ☐ AA′
2. AA′ กับเส้น m ตัดกันเป็นมุม ☐ ° เส้น m จึงเป็นเส้นแบ่งครึ่งและตั้งฉากของ AA′
3. อ่าน A → B → C บนรูปต้นแบบ วนไปทาง ☐ แต่ A′ → B′ → C′ วนไปทาง ☐
4. ภาพ ☐ กับรูปต้นแบบ แต่ถูก**พลิก**

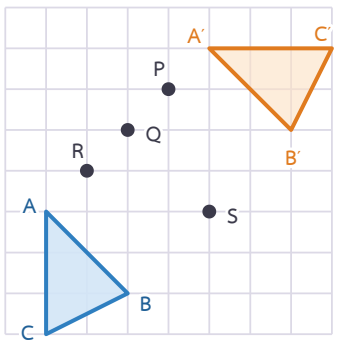
พับกระดาษตามเส้น m



โจทย์ข้อ 2 รู้รูปต้นแบบกับภาพ หาเส้นสะท้อน

1. ลาก AA′ แล้วหาจุดกึ่งกลาง ได้จุด ☐
2. ลาก BB′ แล้วหาจุดกึ่งกลาง ได้จุด ☐
3. ลากเส้นตรงผ่านจุดกึ่งกลางทั้งสอง เส้นนี้ ☐ กับ AA′ และ BB′ จึงเป็นเส้นสะท้อน
4. ถ้าไม่มีกระดาษตาราง ให้สร้างเส้นแบ่งครึ่งและตั้งฉากของ AA′ ด้วยวงเวียน (เล่มการสร้าง ม.1)

เส้นแบ่งครึ่งและตั้งฉาก



ก้าวขึ้นอีกขั้น

แกนสมมาตร

ถ้าสะท้อนรูปข้ามเส้นใดแล้วภาพทับรูปเดิมพอดี เส้นนั้นคือแกนสมมาตรของรูป · รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ามีแกนสมมาตร ☐ เส้น รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสมี ☐ เส้น รูปสามเหลี่ยมด้านเท่ามี ☐ เส้น



สมบัติของการสะท้อน (1) เส้นสะท้อนเป็น**เส้นแบ่งครึ่งและตั้งฉาก**ของส่วนของเส้นตรงที่เชื่อมจุดกับภาพของจุดนั้น (2) ภาพ**เท่ากันทุกประการ**กับรูปต้นแบบ (3) ภาพ**ถูกพลิก** ลำดับจุดยอดที่วนตามเข็มนาฬิกากลายเป็นทวนเข็มนาฬิกา



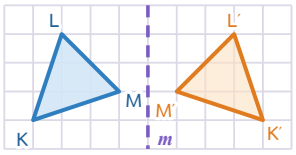
แบบฝึกหัดเบื้องต้น

เฉลยท้ายเล่ม หน้า 32

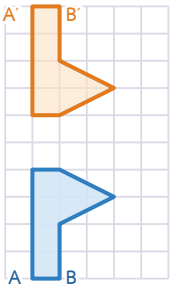
เติมคำตอบในช่อง ข้อที่ให้วาด ให้วาดลงบนกระดาษตารางในข้อนั้น ข้อที่มีเส้นบรรทัดให้แสดงวิธีทำ

(1) AA′ ยาว 9 ซม. ตัดเส้นสะท้อนที่จุด M ได้ AM = ☐ ซม. และ AA′ ทำมุมกับเส้นสะท้อน ☐°

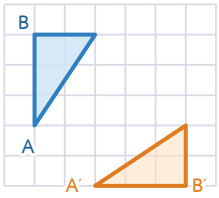
(2) K → L → M วนไปทาง ☐ · K′ → L′ → M′ วนไปทาง ☐



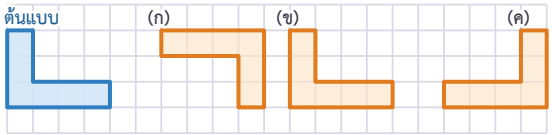
(3) ลากเส้นสะท้อนที่ทำให้รูปสีส้มเป็นภาพของรูปสีฟ้า



(4) ลากเส้นสะท้อนที่ทำให้รูปสีส้มเป็นภาพของรูปสีฟ้า



(5) รูปที่เป็นภาพจากการสะท้อนของรูปต้นแบบคือรูป ☐



(6) ยอดหลังคาศาลาริมสระสูงจากผิวน้ำ 6 ม. เงาของยอดหลังคาในน้ำอยู่ลึกจากผิวน้ำเท่าไร เพราะอะไร

เฉลยโจทย์หน้าซ้าย

โจทย์ข้อ 1 3 , 3 , แบ่งครึ่ง , 90 , ตามเข็มนาฬิกา , ทวนเข็มนาฬิกา , เท่ากันทุกประการ **โจทย์ข้อ 2** Q , S , ตั้งฉาก

ชวนคิด: นาฬิกาในกระจก

เห็นเข็มสั้นในกระจกชี้เลข 9 และเข็มยาวชี้เลข 12 เวลาจริงคือ ☐ นาฬิกา (หรือ 15 นาฬิกา) เพราะภาพในกระจกสลับซ้ายกับขวา



06 การสะท้อนบนระนาบพิกัด

ต่อจากบทเรียน 04 · ถ้าเส้นสะท้อนเป็นแกน X หรือแกน Y ให้นับช่องจากแกน แล้วจะเห็นกฎของพิกัด

โจทย์ข้อ 1 สะท้อนข้ามแกน X

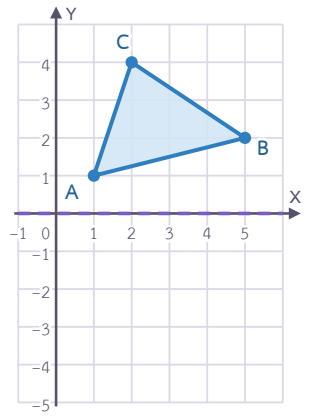
1 A(1, 1) อยู่เหนือแกน X 1 หน่วย ภาพ A′ อยู่ใต้แกน X 1 หน่วย ได้ A′ (☐, ☐)

2 B(5, 2) → B′(☐, ☐) · C(2, 4) → C′ (☐, ☐)

3 ค่า x ☐ ค่า y ☐

4 เขียนเป็นกฎ $(x, y) \rightarrow$ ☐

แกน X เป็นเส้นสะท้อน



โจทย์ข้อ 2 สะท้อนข้ามแกน Y

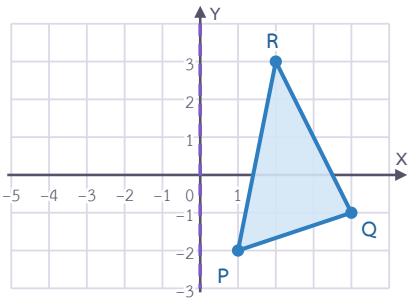
1 P(1, −2) อยู่ทางขวาของแกน Y 1 หน่วย ภาพ P′ อยู่ทางซ้าย 1 หน่วย ได้ P′(☐, ☐)

2 Q(4, −1) → Q′(☐, ☐) · R(2, 3) → R′ (☐, ☐)

3 ค่า x ☐ ค่า y ☐

4 เขียนเป็นกฎ $(x, y) \rightarrow$ ☐

แกน Y เป็นเส้นสะท้อน



ก้าวขึ้นอีกขั้น

ข้ามเส้นอื่น: นับช่อง ไม่ต้องจำสูตร

A(5, 1) อยู่ทางขวาของเส้น $x = 2$ 3 หน่วย ภาพอยู่ทางซ้ายของเส้น 3 หน่วย ได้ A′ (☐, ☐) · สะท้อนข้ามเส้น $y = x$: (4, 1) → (☐, ☐) (สลับ x กับ y)



การสะท้อนบนระนาบพิกัด ข้าม**แกน X**: $(x, y) \to (x, -y)$ · ข้าม**แกน Y**: $(x, y) \to (-x, y)$ · ข้ามแกนใด พิกัดตามแกนนั้นคงเดิม

เส้นสะท้อน	กฎ
แกน X	$(x, y) \to (x, -y)$
แกน Y	$(x, y) \to (-x, y)$

แบบฝึกหัดเบื้องต้น

เฉลยท้ายเล่ม หน้า 32

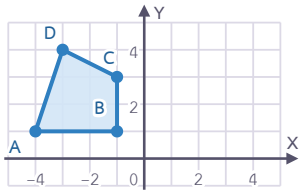
เติมคำตอบในช่อง ข้อ (4) และ (5) วาดบนระนาบพิกัด ข้อที่มีเส้นบรรทัดให้แสดงวิธีทำ

(1) สะท้อนข้ามแกน X: (3, 5) → (☐ , ☐) · (−2, −4) → (☐ , ☐)

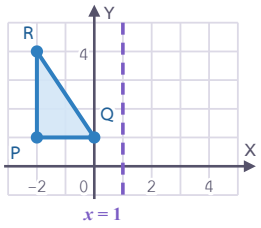
(2) สะท้อนข้ามแกน Y: (3, 5) → (☐ , ☐) · (−6, 0) → (☐ , ☐)

(3) B′(−3, −5) เป็นภาพจากการสะท้อนข้ามแกน X ของจุด B(☐ , ☐)

(4) สะท้อนรูป ABCD ข้ามแกน Y วาดภาพและบอกพิกัดของ A′, B′, C′, D′



(5) สะท้อน PQR ข้ามเส้น $x = 1$ (นับช่องจากเส้น) วาดภาพและบอกพิกัด



(6) สะท้อนจุด T(−1, 4) ข้ามเส้น $y = -2$ ได้จุดใด

(7) สะท้อนจุด (4, 0) ข้ามแกน X ได้จุดใด เพราะอะไร

(8) น้ำฝนบอกว่า “ภาพจากการสะท้อนจุด (3, 5) ข้ามแกน X คือ (−3, 5)” ถูกหรือไม่

เฉลยโจทย์หน้าซ้าย

โจทย์ข้อ 1 1 , −1 , 5 , −2 , 2 , −4 , เท่าเดิม , เป็นจำนวนตรงข้าม , $(x, -y)$

โจทย์ข้อ 2 −1 , −2 , −4 , −1 , −2 , 3 , เป็นจำนวนตรงข้าม , เท่าเดิม , $(-x, y)$

ระวัง! สะท้อนข้าม**แกน X** ค่า y เปลี่ยนเครื่องหมาย (ไม่ใช่ค่า x) · จำว่า ข้ามแกนไหน พิกัดของแกนนั้นอยู่เหมือนเดิม



แบบทดสอบทบทวน

บทที่ 2 การสะท้อน

ชื่อ _____ ชั้น _____ เลขที่ _____

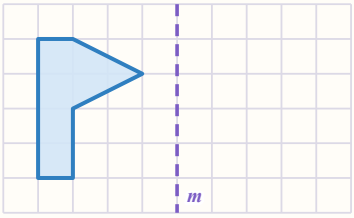
คะแนน

_____ / 100



1 10 คะแนน

วาดภาพที่ได้จากการสะท้อนรูปข้ามเส้น m

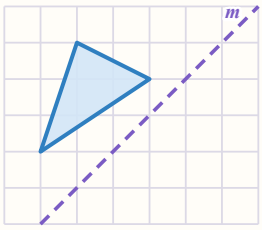


2 10 คะแนน

จุด A ห่างจากเส้นสะท้อน 4.5 ซม. จงหาความยาวของ AA′ และขนาดของมุมที่ AA′ ทำกับเส้นสะท้อน

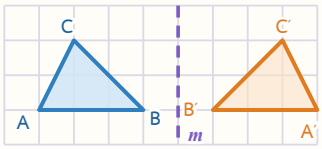
3 10 คะแนน

วาดภาพที่ได้จากการสะท้อนรูปข้ามเส้นทแยง m



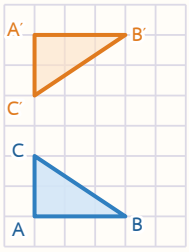
4 10 คะแนน

A → B → C บนรูปต้นแบบวนไปทางใด และ A′ → B′ → C′ บนภาพวนไปทางใด ข้อนี้บอกสมบัติใดของการสะท้อน



5 10 คะแนน

รูปสีส้มเป็นภาพของรูปสีฟ้าจากการสะท้อน จงลากเส้นสะท้อน และบอกวิธีหา



6 10 คะแนน

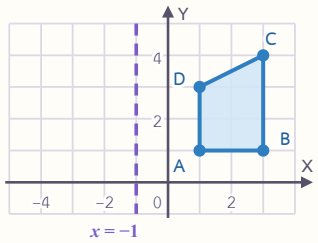
จงหาภาพของ A(−3, 2), B(1, 5), C(4, −1) จากการสะท้อนข้ามแกน X

7 10 คะแนน

สะท้อนจุด P(−4, 3) ข้ามแกน Y ได้จุด P′ จงหาพิกัดของ P′ และความยาวของ PP′

8 10 คะแนน

สะท้อนรูป ABCD ข้ามเส้น $x = -1$ วาดภาพ A′B′C′D′ และบอกพิกัดของจุดยอด



9 10 คะแนน

ต้นกล้ายืนห่างจากกระจกเงา 1.5 ม. ภาพของต้นกล้าในกระจกอยู่ห่างจากตัวต้นกล้าเท่าไร ถ้าต้นกล้าเดินเข้าหากระจกอีก 0.5 ม. ระยะนี้จะเป็นเท่าไร

10 10 คะแนน

△ABC มี A(1, 1), B(5, 1), C(1, 4) สะท้อนข้ามแกน Y ได้ △A′B′C′ จงหาพิกัดของจุดยอด พื้นที่ของ △A′B′C′ และบอกว่ามุม A′ เป็นมุมฉากหรือไม่

ก้าวต่อไปสู่บทใหม่

ต่อไป: การหมุน

การสะท้อนพลิกรูป ส่วนการหมุนพารูปหมุนรอบจุดหนึ่ง**โดยไม่พลิก** บทต่อไปจะใช้ทั้งสามแบบรวมกัน

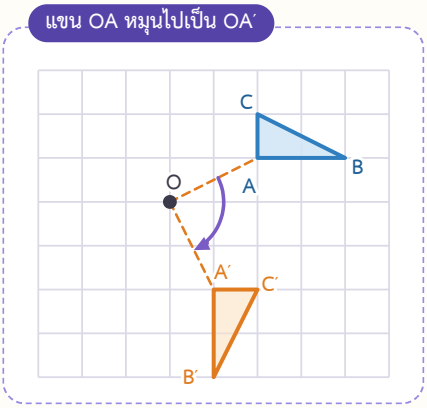


07 การหมุน

ต่อจากเล่มการสร้าง ม.1 (มุมฉาก มุมตรง) · การหมุนต้องบอกสามอย่าง: จุดหมุน ขนาดของมุมที่หมุน และทิศทาง (ตามเข็มนาฬิกา หรือทวนเข็มนาฬิกา)

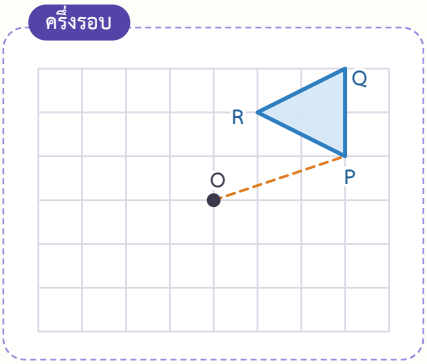
โจทย์ข้อ 1 หมุนรอบจุด O 90° ตามเข็มนาฬิกา

1. จาก O ไป A: ไปทางขวา ☐ ช่อง และขึ้น ☐ ช่อง
2. หมุน 90° ตามเข็มนาฬิกา (ลองใช้กระดาษลอกลาย): แขน “ขวา” หมุนไปชี้ ☐ และแขน “ขึ้น” หมุนไปชี้ ☐
3. แขน OA กับ OA′ ยาว ☐ และ $A\hat{O}A'$ = ☐ °
4. ทำแบบเดียวกันกับจุด B และ C ได้ภาพ A′B′C′ ที่ได้จากการหมุน



โจทย์ข้อ 2 หมุนรอบจุด O 180°

1. จาก O ไป P: ไปทางขวา ☐ ช่อง และขึ้น ☐ ช่อง
2. หมุนครึ่งรอบ แขนชี้กลับทางตรงข้าม: จาก O ไป P′ คือไปทาง ☐ ☐ ช่อง และ ☐ ☐ ช่อง
3. P, O, P′ อยู่บน ☐ และ O เป็น ☐ ของ PP′
4. หมุน 180° ตามเข็มนาฬิกา กับทวนเข็มนาฬิกา ได้ภาพ ☐ จึงไม่ต้องบอกทิศทาง



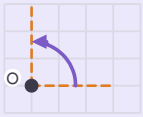
ก้าวขึ้นอีกขั้น

เข็มยาวของนาฬิกา

เข็มยาวเดิน 15 นาที = หมุน 90° ตามเข็มนาฬิกา · เดิน 30 นาที = ☐ ° · เดิน 45 นาที = ☐ ° ตามเข็มนาฬิกา ซึ่งได้ตำแหน่งเดียวกับหมุน ☐ ° ทวนเข็มนาฬิกา



การหมุน กำหนดด้วย **จุดหมุน ขนาดของมุม และทิศทาง** · ทุกจุดหมุนรอบจุดหมุนด้วยมุมเท่ากันและทิศเดียวกัน · บนกระดาษตาราง หมุน 90° ตามเข็มนาฬิกา: ขวา → ลง → ซ้าย → ขึ้น → ขวา · หมุน 90° ตามเข็มนาฬิกา = หมุน 270° ทวนเข็มนาฬิกา

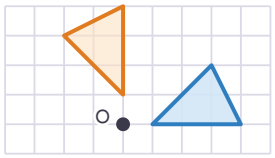


แบบฝึกหัดเบื้องต้น

เฉลยท้ายเล่ม หน้า 32

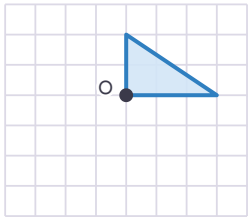
เติมคำตอบในช่อง ข้อที่ให้วาด ให้วาดลงบนกระดาษตารางในข้อนั้น ข้อที่มีเส้นบรรทัดให้แสดงวิธีทำ

(1) รูปสีฟ้าหมุนรอบจุด O [ ]° ได้รูปสีส้ม [ ]

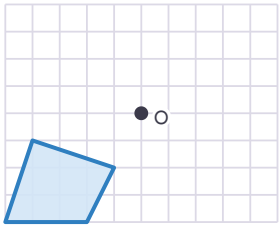


(2) หมุน 270° ตามเข็มนาฬิกา ได้ภาพเหมือนกับหมุน [ ]° [ ]

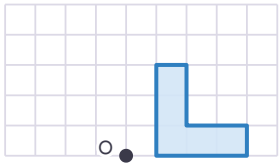
(3) หมุนรูปรอบจุด O 90° ตามเข็มนาฬิกา (จุด O เป็นจุดยอดของรูป)



(4) หมุนรูปรอบจุด O 180°



(5) หมุนรูปรอบจุด O 90° ทวนเข็มนาฬิกา



(6) ชิงช้าสวรรค์มีกระเช้า 8 กระเช้าเว้นระยะเท่ากัน กระเช้าสีแดงอยู่บนสุด ถ้าชิงช้าหมุนไป 90° ตามเข็มนาฬิกา กระเช้าสีแดงจะไปอยู่ตำแหน่งใด และเลื่อนไปกี่ตำแหน่ง

เฉลยโจทย์หน้าซ้าย

โจทย์ข้อ 1 2 , 1 , ลง , ขวา , เท่ากัน , 90 โจทย์ข้อ 2 3 , 1 , ซ้าย , 3 , ลง , 1 , เส้นตรงเดียวกัน , จุดกึ่งกลาง , เหมือนกัน

ใช้กระดาษลอกลาย ลอกรูปและจุด O ลงกระดาษบาง กดปลายดินสอที่ O แล้วหมุนกระดาษจนแขนชี้ทิศใหม่ มุมของกระดาษช่วยวัด 90° แล้วกดรอยลงบนกระดาษตาราง



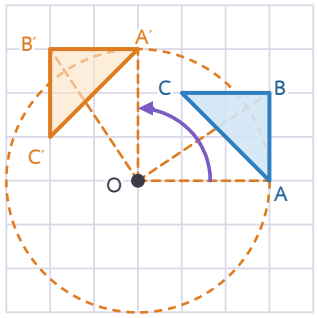
08 สมบัติของการหมุน

ต่อจากบทเรียน 07 และ 05 · วัดระยะจากจุดหมุนก่อนและหลังหมุน แล้วใช้เส้นแบ่งครึ่งและตั้งฉาก (เล่มการสร้าง ม.1) หาจุดหมุนที่ซ่อนอยู่

โจทย์ข้อ 1 ระยะจากจุดหมุนและมุมที่หมุน

1. OA = ☐ ช่อง และ OA′ = ☐ ช่อง วงกลมจุดศูนย์กลาง O ที่ผ่าน A จึงผ่านจุด ☐ ด้วย
2. $A\hat{O}A'$ = ☐° และ $B\hat{O}B'$ = ☐° เท่ากับมุมที่หมุนทุกจุด
3. A → B → C วนไปทาง ☐ และ A′ → B′ → C′ ก็วนไปทาง ☐ ภาพจึง**ไม่พลิก**
4. ภาพ ☐ กับรูปต้นแบบ

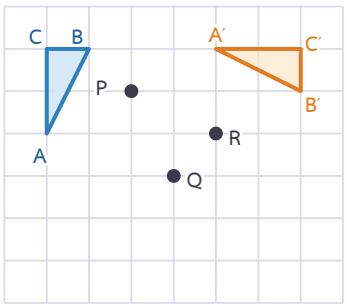
วงกลมผ่าน A และ A′



โจทย์ข้อ 2 รู้รูปต้นแบบกับภาพ หาจุดหมุน

1. จุดหมุนห่างจาก A และ A′ เท่ากัน จึงอยู่บน ☐ ของ AA′
2. สร้างเส้นแบบเดียวกันของ BB′ เส้นทั้งสองตัดกันที่จุด ☐ ซึ่งเป็นจุดหมุน
3. จุด P เป็นจุดกึ่งกลางของ AA′ แต่ไม่ใช่จุดหมุน เพราะ PB กับ PB′ ยาว ☐
4. วัดมุม AQA′ ได้ ☐° หมุนไปทาง ☐

สองเส้นตัดกันที่จุดหมุน



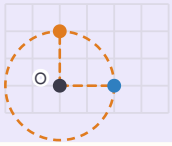
ก้าวขึ้นอีกขั้น

หมุนแล้วทับรูปเดิม

หมุน 360° ได้รูปเดิมเสมอ · กังหันลม 4 ใบพัดเหมือนกัน หมุนเพียง ☐° ก็ทับรูปเดิม · ลายดอกไม้ 6 กลีบ หมุน ☐° ก็ทับรูปเดิม เรียกว่ารูปมี<u>สมมาตรการหมุน</u>



สมบัติของการหมุน (1) ระยะจากจุดหมุนไม่เปลี่ยน OA = OA′ (2) มุม AOA′ เท่ากับมุมที่หมุน ทุกจุด (3) ภาพ**เท่ากันทุกประการ**และ**ไม่พลิก** · จุดหมุนอยู่บนเส้นแบ่งครึ่งและตั้งฉากของ AA′ ทุกเส้น



แบบฝึกหัดเบื้องต้น

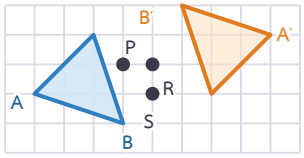
เฉลยท้ายเล่ม หน้า 32

เติมคำตอบในช่อง ข้อที่ให้วาด ให้วาดลงบนกระดาษตารางในข้อนั้น ข้อที่มีเส้นบรรทัดให้แสดงวิธีทำ

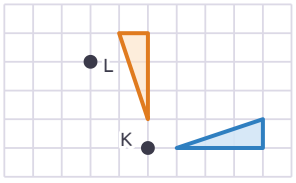
(1) หมุนรอบจุด O 90° ถ้า OA = 4.5 ซม. แล้ว OA′ = ☐ ซม. และ $A\hat{O}A'$ = ☐°

(2) △ABC มีมุม A ขนาด 35° และ AB = 7 ซม. หมุนได้ภาพ A′B′C′ มุม A′ = ☐° และ A′B′ = ☐ ซม.

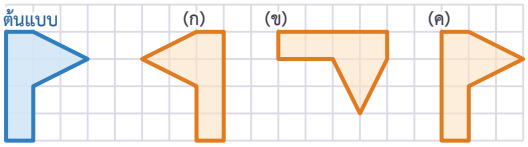
(3) รูปสีส้มได้จากการหมุนรูปสีฟ้า 180° ลาก AA′ และ BB′ แล้วหาจุดหมุน ได้จุด ☐



(4) รูปสีฟ้าหมุนรอบจุด ☐ ☐° ☐ ได้รูปสีส้ม



(5) รูปที่เป็นภาพจากการหมุนของรูปต้นแบบคือรูป ☐



(6) ลายดอกพิกุลมี 8 กลีบเหมือนกันเรียงรอบจุดกลาง ต้องหมุนอย่างน้อยกี่องศา ลายจึงทับรูปเดิมพอดี

เฉลยโจทย์หน้าซ้าย

โจทย์ข้อ 1 3 , 3 , A′ , 90 , 90 , ทวนเข็มนาฬิกา , ทวนเข็มนาฬิกา , เท่ากันทุกประการ

โจทย์ข้อ 2 เส้นแบ่งครึ่งและตั้งฉาก , Q , ไม่เท่ากัน , 90 , ตามเข็มนาฬิกา

ชวนคิด การหมุนและการเลื่อนขนานไม่พลิกรูป ถ้าเห็นภาพที่**ถูกพลิก** ต้องมีการสะท้อนอยู่ด้วยเสมอ



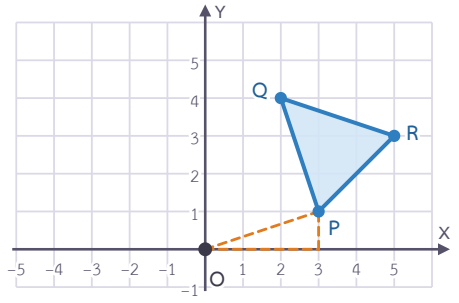
09 การหมุนบนระนาบพิกัด (รอบจุดกำเนิด)

ต่อจากบทเรียน 07 · หมุนรอบจุดกำเนิด O(0, 0) โดยใช้รูปสามเหลี่ยมช่วยนับช่อง แล้วจะเห็นกฎของพิกัด

โจทย์ข้อ 1 หมุน 90° ทวนเข็มนาฬิการอบจุดกำเนิด

1. จาก O ไป P(3, 1): ไปทางขวา ☐ หน่วย ขึ้น ☐ หน่วย (รูปสามเหลี่ยมช่วยสีส้ม)
2. หมุน 90° ทวนเข็มนาฬิกา: แขน “ขวา” หมุนไปชี้ขึ้น แขน “ขึ้น” หมุนไปชี้ ☐ ได้ P′ (☐, ☐)
3. ลองอีกจุด Q(2, 4) → Q′(☐, ☐) · R(5, 3) → R′(☐, ☐)
4. เขียนเป็นกฎ $(x, y) \to$ ☐

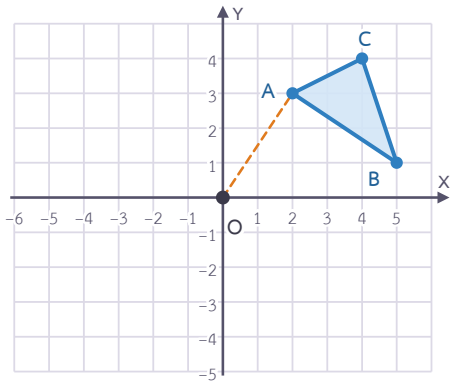
หมุนรูปสามเหลี่ยมช่วยไปด้วย



โจทย์ข้อ 2 หมุน 180° รอบจุดกำเนิด

1. O เป็นจุดกึ่งกลางของ AA′: จาก A(2, 3) ไป O คือซ้าย 2 ลง 3 เดินต่ออีกเท่าเดิม ได้ A′(☐, ☐)
2. B(5, 1) → B′(☐, ☐) · C(4, 4) → C′ (☐, ☐)
3. เขียนเป็นกฎ $(x, y) \to$ ☐
4. พิกัดทั้งสองของภาพเป็น ☐ ของพิกัดเดิม

O อยู่กึ่งกลาง



ก้าวขึ้นอีกขั้น

หมุน 90° ตามเข็มนาฬิกา

หมุน 90° ตามเข็มนาฬิกา ได้ตำแหน่งเดียวกับหมุน 270° ทวนเข็มนาฬิกา กฎคือ $(x, y) \to (y, -x)$ · A(2, 5) → A′(☐, ☐)



การหมุนรอบจุดกำเนิด สลับ x กับ y แล้วเปลี่ยนเครื่องหมายตามตาราง · ตรวจด้วยจตุภาค: หมุน 90° ทวนเข็มนาฬิกา จุดในจตุภาคที่ 1 ไปอยู่จตุภาคที่ 2

หมุนรอบจุดกำเนิด	กฎ
90° ทวนเข็มนาฬิกา	$(x, y) \to (-y, x)$
180°	$(x, y) \to (-x, -y)$
90° ตามเข็มนาฬิกา	$(x, y) \to (y, -x)$

แบบฝึกหัดเบื้องต้น

เฉลยท้ายเล่ม หน้า 32

เติมคำตอบในช่อง ข้อ (5) และ (6) วาดบนระนาบพิกัด ข้อที่มีเส้นบรรทัดให้แสดงวิธีทำ

(1) หมุน 90° ทวนเข็มนาฬิกา: (4, 2) →

(☐ , ☐) · (−3, 1) →

(☐ , ☐)

(2) หมุน 180°: (5, −2) →

(☐ , ☐) · (0, 4) →

(☐ , ☐)

(3) หมุน 90° ตามเข็มนาฬิกา: (1, 6) →

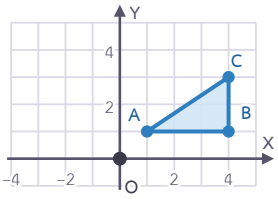
(☐ , ☐) · (−2, −5) →

(☐ , ☐)

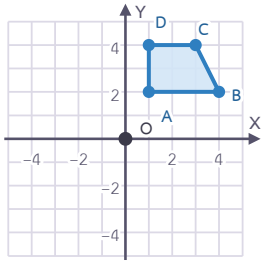
(4) หมุน 270° ทวนเข็มนาฬิกา: (3, 2) →

(☐ , ☐)

(5) หมุน ABC รอบจุดกำเนิด 90° ทวนเข็มนาฬิกา วาดภาพและบอกพิกัด



(6) หมุน ABCD รอบจุดกำเนิด 180° วาดภาพและบอกพิกัด



(7) B′(−2, 5) เป็นภาพจากการหมุนจุด B รอบจุดกำเนิด 90° ทวนเข็มนาฬิกา จงหาจุด B

(8) ต้นกล้าบอกว่า “หมุนจุด (3, 4) รอบจุดกำเนิด 90° ตามเข็มนาฬิกา ได้ (4, 3)” ถูกหรือไม่

เฉลยโจทย์หน้าซ้าย

โจทย์ข้อ 1 3 , 1 , ซ้าย , −1 , 3 , −4 , 2 , −3 , 5 , $(-y, x)$ โจทย์ข้อ 2 −2 , −3 , −5 , −1 , −4 , −4 , $(-x, -y)$, จำนวนตรงข้าม

ระวัง! สลับ x กับ y แล้ว**อย่าลืมเปลี่ยนเครื่องหมาย** · ตรวจด้วยจตุภาค: จุดในจตุภาคที่ 1 หมุน 90° ทวนเข็มนาฬิกา ต้องไปอยู่จตุภาคที่ ☐



10 การแปลงหลายครั้ง

ต่อจากบทเรียน 02 (เลื่อนสองครั้ง) · ทำการแปลงต่อกันสองครั้ง ภาพแรกเขียน A′ ภาพที่สองเขียน A″ (อ่านว่า เอ ดับเบิล ไพรม์)

โจทย์ข้อ 1 สะท้อนข้ามเส้นขนานสองเส้น

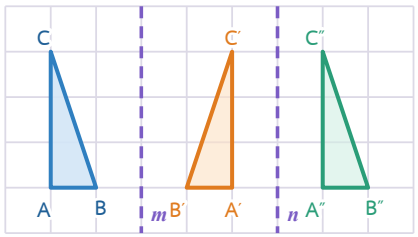
1 สะท้อน △ABC ข้ามเส้น m ได้ △A′B′C′ (สีส้ม) แล้วสะท้อนข้ามเส้น n ได้ △A″B″C″ (สีเขียว)

2 เส้น m กับเส้น n ขนานกัน และห่างกัน ☐ ช่อง

3 A″ อยู่ทางขวาของ A ☐ ช่อง และ B″ อยู่ทางขวาของ B ☐ ช่อง

4 △A″B″C″ หันทาง ☐ (พลิกสองครั้ง) จึงเหมือน ☐ เป็นระยะ 2 เท่าของระยะระหว่างเส้นทั้งสอง

สามขั้นสี: ต้นแบบ → ภาพแรก → ภาพที่สอง



โจทย์ข้อ 2 สะท้อนข้ามแกน X แล้วข้ามแกน Y

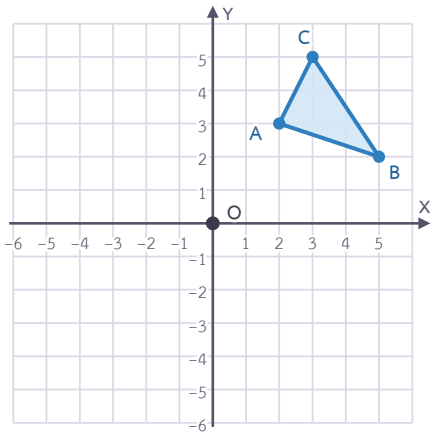
1 สะท้อนข้ามแกน X: A(2, 3) → A′ (☐, ☐)

2 สะท้อน A′ ข้ามแกน Y: A′ → A″(☐, ☐)

3 เทียบกับหมุน A รอบจุดกำเนิด 180° ได้จุด ☐ ทุกจุดยอด

4 การแปลงสองครั้งนี้จึงเท่ากับ ☐ 180° รอบจุดกำเนิด

ภาพแรกชมพูอ่อน ภาพที่สองชมพูเข้ม



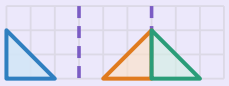
ก้าวขึ้นอีกขั้น

ลำดับมีผลไหม

P(1, 2) เลื่อนตามกฎ $(x, y) \to (x + 3, y)$ แล้วสะท้อนข้ามแกน Y ได้ (☐, ☐) · สะท้อนก่อนแล้วจึงเลื่อน ได้ (☐, ☐) ผลต่างกัน ลำดับของการแปลงจึง ☐



การแปลงหลายครั้ง ทำทีละครั้งตามลำดับ ใช้ภาพของครั้งแรกเป็นรูปต้นแบบของครั้งต่อไป · สะท้อนข้ามเส้นขนานสองเส้น = เลื่อนขนาน 2 เท่าของระยะระหว่างเส้น · สะท้อนข้ามแกน X แล้วแกน Y = หมุน 180° รอบจุดกำเนิด · เปลี่ยนลำดับอาจได้ผลต่างกัน



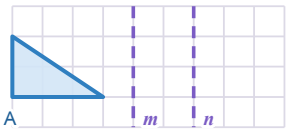
แบบฝึกหัดเบื้องต้น

เฉลยท้ายเล่ม หน้า 32

เติมคำตอบในช่อง ข้อที่ให้วาด ให้วาดลงบนกระดาษตารางในข้อนั้น ข้อที่มีเส้นบรรทัดให้แสดงวิธีทำ

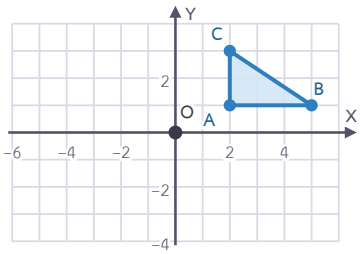
(1) เลื่อนตามกฎ $(x, y) \to (x + 2, y - 1)$ แล้วเลื่อนต่อตามกฎ $(x, y) \to (x - 5, y + 4)$: $(3, 3) \to$ (☐, ☐)

(2) สะท้อนรูปข้ามเส้น m แล้วสะท้อนภาพข้ามเส้น n วาดภาพทั้งสอง



(3) สะท้อน $(-3, 1)$ ข้ามแกน Y แล้วหมุนรอบจุดกำเนิด 90° ทวนเข็มนาฬิกา ได้ (☐, ☐)

(4) หมุน ABC รอบ O 180° แล้วเลื่อนตามกฎ $(x, y) \to (x + 6, y)$ วาดภาพและบอกพิกัดของ A″, B″, C″



(5) สะท้อนรูปข้ามเส้น $x = 1$ แล้วสะท้อนภาพข้ามเส้น $x = 5$ ได้ผลเหมือนการแปลงครั้งเดียวแบบใด

(6) จุด Q(2, 1) สะท้อนข้ามแกน X แล้วหมุนรอบจุดกำเนิด 90° ทวนเข็มนาฬิกา เทียบกับหมุนก่อนแล้วสะท้อน ได้จุดเดียวกันหรือไม่

เฉลยโจทย์หน้าซ้าย

โจทย์ข้อ 1 3 , 6 , 6 , เดิม , การเลื่อนขนาน โจทย์ข้อ 2 2 , −3 , −2 , −3 , เดียวกัน , การหมุน

ชวนคิด สะท้อนข้ามเส้น $x = 2$ แล้วข้ามเส้น $y = 1$ ได้ผลเหมือนการหมุน ☐° รอบจุด ☐ ซึ่งเป็นจุดตัดของเส้นทั้งสอง



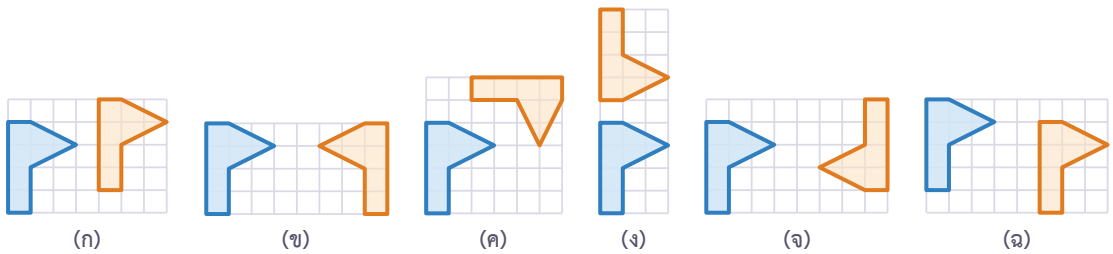
11 ระบุการแปลงและออกแบบลวดลาย

ทบทวนทั้งเล่ม · ดูรูปคู่แล้วถามตัวเองสองคำถาม: รูปถูกพลิกไหม และรูปถูกหมุนไปไหม

โจทย์ข้อ 1 ดูรูปคู่ แล้วบอกว่าเป็นการแปลงแบบใด

1. ถูกพลิก → **การสะท้อน** · ไม่พลิกแต่หันไปทางอื่น → **การหมุน** · ไม่พลิกและหันทางเดิม → **การเลื่อนขนาน**
2. (ก) ☐ (ข) ☐ (ค) ☐
3. (ง) ☐ (จ) ☐ (ฉ) ☐

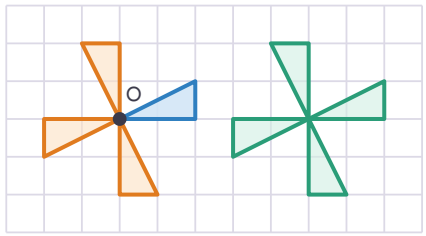
รูปสีฟ้าคือรูปต้นแบบ



โจทย์ข้อ 2 ออกแบบลายกระเบื้องจากชิ้นเดียว

1. หมุนชิ้นสีฟ้ารอบจุด O ☐° ทวนเข็มนาฬิกา ได้ชิ้นถัดไป ทำซ้ำได้ชิ้นสีส้มทั้งหมด ☐ ชิ้น
2. หมุนอีกครั้งจะกลับมาทับชิ้นสีฟ้า เพราะ 4 × 90° = ☐°
3. เลื่อนขนานลายทั้งชุดไปทางขวา ☐ ช่อง ได้ลายชุดสีเขียว ทำซ้ำต่อไปได้ลายเป็นแถว

หมุน แล้วเลื่อนขนาน



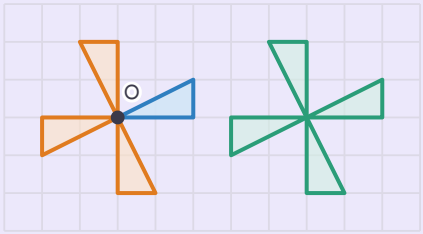
ก้าวขึ้นอีกขั้น

การแปลงไม่เปลี่ยนขนาดและรูปร่าง

การเลื่อนขนาน การสะท้อน และการหมุน ไม่เปลี่ยน ☐ และ ☐ ของรูป ภาพจึง**เท่ากันทุกประการ**กับรูปต้นแบบเสมอ (เรียนต่อในเล่มความเท่ากันทุกประการ)



ระบุการแปลง พลิก → การสะท้อน · หมุนไปแต่ไม่พลิก → การหมุน · หันทางเดิม → การเลื่อนขนาน · แล้วบอกรายละเอียด: ระยะและทิศที่เลื่อน เส้นสะท้อน หรือจุดหมุน มุม และทิศทาง

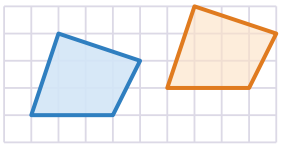


แบบฝึกหัดเบื้องต้น

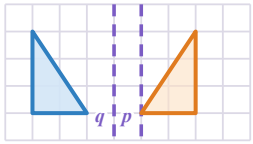
เฉลยท้ายเล่ม หน้า 32

เติมคำตอบในช่อง ข้อที่ให้วาด ให้วาดลงบนกระดาษตารางในข้อนั้น ข้อที่มีเส้นบรรทัดให้แสดงวิธีทำ

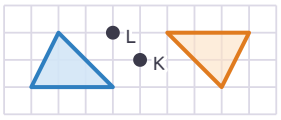
(1) ภาพได้จาก _____ ไปทางขวา _____ ช่อง ขึ้น _____ ช่อง



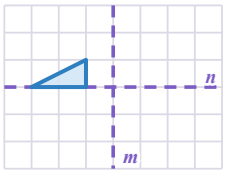
(2) ภาพได้จาก _____ ข้ามเส้น _____



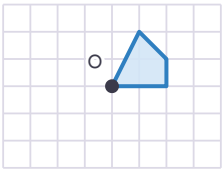
(3) ภาพได้จาก _____ รอบจุด _____ _____°



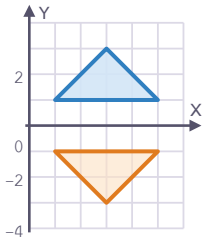
(4) สะท้อนชิ้นสีฟ้าข้ามเส้น m แล้วสะท้อนทั้งสองชิ้นข้ามเส้น n ได้ลาย 4 ชิ้น



(5) หมุนชิ้นสีฟ้ารอบจุด O ครั้งละ 90° ทวนเข็มนาฬิกา 3 ครั้ง ได้ลายกังหัน



(6) รูปสีส้มได้จากรูปสีฟ้าด้วยการแปลงแบบใดได้บ้าง (มีมากกว่าหนึ่งแบบ)



เฉลยโจทย์หน้าซ้าย

โจทย์ข้อ 1 การเลื่อนขนาน , การสะท้อน , การหมุน , การสะท้อน , การหมุน , การเลื่อนขนาน

โจทย์ข้อ 2 90 , 3 , 360 , 5

ลายไทยรอบตัว ลายกระเบื้อง ลายผ้าขิด และลายประจำยาม สร้างจากชิ้นเดียวแล้วสะท้อน หมุน และเลื่อนขนานซ้ำ ลองออกแบบลายของตัวเองบนกระดาษตาราง



แบบทดสอบทบทวน

บทที่ 3 การหมุนและการนำไปใช้

ชื่อ _____ ชั้น _____ เลขที่ _____

คะแนน

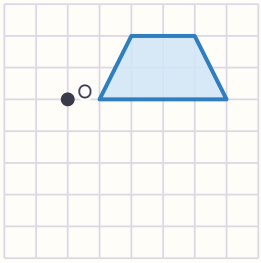
_____

/ 100



1 10 คะแนน

วาดภาพที่ได้จากการหมุนรูปรอบจุด O 90° ตามเข็มนาฬิกา

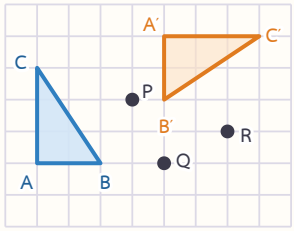


2 10 คะแนน

หมุนจุด A รอบจุด O 180° ได้จุด A′ ถ้า OA = 2.5 ซม. จงหาความยาวของ AA′ และบอกว่าจุด A, O, A′ อยู่ในตำแหน่งใดต่อกัน

3 10 คะแนน

รูปสีส้มได้จากการหมุนรูปสีฟ้า จงหาจุดหมุน (P, Q หรือ R) ขนาดของมุมที่หมุน และทิศทาง

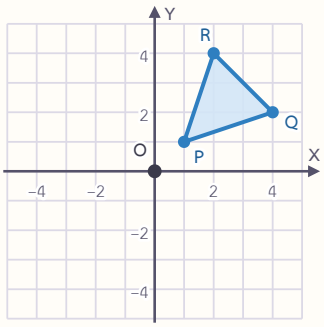


4 10 คะแนน

จงหาภาพของ A(4, 1), B(−2, 3), C(0, −5) จากการหมุนรอบจุดกำเนิด 90° ทวนเข็มนาฬิกา

5 10 คะแนน

หมุน PQR รอบจุดกำเนิด 180° วาดภาพ P′Q′R′ และบอกพิกัดของจุดยอด

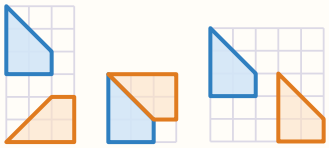


6 10 คะแนน

สะท้อนจุด (3, −2) ข้ามแกน Y แล้วสะท้อนภาพข้ามแกน X ได้จุดใด และเท่ากับการแปลงครั้งเดียวแบบใด

7 10 คะแนน

แต่ละคู่ รูปสีส้มได้จากรูปสีฟ้าด้วยการแปลงแบบใด



(ก) (ข) (ค)

8 10 คะแนน

สะท้อนรูปข้ามเส้น $y = 1$ แล้วสะท้อนภาพข้ามเส้น $y = 4$ ได้ผลเหมือนการแปลงครั้งเดียวแบบใด

9 10 คะแนน

(ทบทวนบทที่ 1) A(5, −1) เลื่อนขนานได้ A′(1, 2) จงเขียนกฎของการเลื่อน และหาจุด B ที่มีภาพเป็น B′(0, 0)

10 10 คะแนน

(ทบทวนบทที่ 2) $\triangle$PQR มี P(1, 2), Q(4, 2), R(4, 6) สะท้อนข้ามเส้น $x = -1$ ได้ $\triangle$P′Q′R′ จงหาพิกัดของจุดยอดของภาพ ความยาวของ Q′R′ และพื้นที่ของ $\triangle$P′Q′R′

ก้าวต่อไปสู่เรื่องใหม่

ต่อไป: ความเท่ากันทุกประการ

ภาพจากการเลื่อนขนาน การสะท้อน และการหมุน เท่ากันทุกประการกับรูปต้นแบบ เล่มถัดไปจะตรวจว่ารูปสามเหลี่ยมสองรูปเท่ากันทุกประการหรือไม่ โดยไม่ต้องย้ายรูป ด้วยเงื่อนไข เช่น ด้าน-มุม-ด้าน (ด.ม.ด.)



เฉลยแบบฝึกหัดเบื้องต้น

01 การแปลงและการเลื่อนขนาน

(1) ขวา , 5 (2) ซ้าย , 4 , ลง , 3 (3) ทุกจุดยอดเลื่อนไปทางขวา 5 ช่อง

(4) ทุกจุดยอดเลื่อนไปทางซ้าย 4 ช่อง ขึ้น 2 ช่อง (5) ทุกจุดยอดเลื่อนไปทางขวา 4 ช่อง ลง 3 ช่อง

(6) ไม่เป็น เพราะทุกจุดต้องเลื่อนไปทางเดียวกันเป็นระยะเท่ากัน

02 สมบัติของการเลื่อนขนาน

(1) 4 , 4 , DD' (2) 65 , 4.5 (3) ค (4) ทุกจุดยอดเลื่อนไปทางขวา 5 ช่อง ลง 2 ช่อง

(5) ทุกจุดยอดเลื่อนไปทางซ้าย 5 ช่อง ลง 1 ช่อง (6) เลื่อนไปทางซ้าย 4 ช่อง ลง 3 ช่อง

03 การเลื่อนขนานบนระนาบพิกัด

(1) 5 , 3 (2) -6 , 5 (3) -2 , -3 , 2 , -7 (4) $(x-3, y+5)$ (5) ซ้าย , 4 , ขึ้น , 3

(6) $P'(2, -2)$, $Q'(4, -2)$, $R'(2, 1)$ (7) $M(-5, 3)$ (8) $(2, 2)$

04 การสะท้อนและเส้นสะท้อน

(1) 3.5 , 7 (2) ภาพอยู่ทางขวาของเส้น m แต่ละจุดยอดห่างจากเส้น m เท่าเดิม

(3) ภาพอยู่ใต้เส้น m กลับหัว แต่ละจุดยอดห่างจากเส้น m เท่าเดิม

(4) ภาพอยู่ใต้เส้น m นับระยะตามแนวทแยงของช่อง (ตั้งฉากกับเส้น m)

(5) สะท้อนทีละจุดยอด ภาพซ้อนกับรูปต้นแบบบางส่วน จุดยอดบนเส้น m ไม่ย้าย

(6) เมื่อมองผ่านกระจกมองหลังของรถคันหน้า ภาพสะท้อนจะกลับด้านอีกครั้ง จึงอ่านได้ถูก

05 สมบัติของการสะท้อน

(1) 4.5 , 90 (2) ตามเข็มนาฬิกา , ทวนเข็มนาฬิกา (3) เส้นแนวนอนที่อยู่กึ่งกลางระหว่างรูปทั้งสอง

(4) เส้นทแยงที่ผ่านจุดกึ่งกลางของ AA' และ BB' (5) ค (6) 6 ม. เพราะผิวน้ำเป็นเส้นสะท้อน

06 การสะท้อนบนระนาบพิกัด

(1) 3 , -5 , -2 , 4 (2) -3 , 5 , 6 , 0 (3) -3 , 5 (4) $A'(4, 1)$, $B'(1, 1)$, $C'(1, 3)$, $D'(3, 4)$

(5) $P'(4, 1)$, $Q'(2, 1)$, $R'(4, 4)$ (6) $T'(-1, -8)$ (7) $(4, 0)$ จุดเดิม เพราะอยู่บนเส้นสะท้อน (8) ไม่ถูก ภาพคือ $(3, -5)$

เฉลยแบบฝึกหัดเบื้องต้น

07 การหมุน

(1) 90 , ทวนเข็มนาฬิกา (2) 90 , ทวนเข็มนาฬิกา

(3) ด้านที่ชี้ไปทางขวาจากจุด O หมุนไปชี้ลง ด้านที่ชี้ขึ้นหมุนไปชี้ไปทางขวา

(4) O เป็นจุดกึ่งกลางของเส้นที่เชื่อมแต่ละจุดยอดกับภาพของจุดยอดนั้น

(5) ภาพอยู่เหนือจุด O ด้านที่ชี้ไปทางขวาจาก O หมุนไปชี้ขึ้น (6) อยู่ทางขวาสุด เลื่อนไป 2 ตำแหน่ง

08 สมบัติของการหมุน

(1) 4.5 , 90 (2) 35 , 7 (3) R (4) K , 90 , ทวนเข็มนาฬิกา (5) ข (6) 45°

09 การหมุนบนระนาบพิกัด (รอบจุดกำเนิด)

(1) −2 , 4 , −1 , −3 (2) −5 , 2 , 0 , −4 (3) 6 , −1 , −5 , 2 (4) 2 , −3 (5) A′(−1, 1), B′(−1, 4), C′(−3, 4)

(6) A′(−1, −2), B′(−4, −2), C′(−3, −4), D′(−1, −4) (7) B(5, 2) (8) ไม่ถูก ได้ (4, −3)

10 การแปลงหลายครั้ง

(1) 0 , 6 (2) ภาพที่สองอยู่ทางขวาของรูปต้นแบบ 4 ช่อง หันทางเดิม (3) −1 , 3 (4) A″(4, −1), B″(1, −1), C″(4, −3)

(5) เลื่อนขนานไปทางขวา 8 หน่วย (6) ไม่ใช่ ได้ (1, 2) กับ (−1, −2)

11 ระบุการแปลงและออกแบบลวดลาย

(1) การเลื่อนขนาน , 5 , 1 (2) การสะท้อน , q (3) การหมุน , K , 180 (4) ลาย 4 ชิ้นที่สมมาตรทั้งเส้น m และเส้น n

(5) ลายกังหัน 4 ชิ้นรอบจุด O (6) สะท้อนข้ามแกน X หรือหมุน 180° รอบจุด (3, 0)

บันทึกความก้าวหน้าของฉัน

ทำเสร็จแล้วกา ✓ ในช่อง บทเรียนไหนยังไม่มั่นใจ กาช่องสุดท้ายไว้กลับมาทบทวน

บทเรียน	เรียนหน้าซ้าย	ทำแบบฝึก	ทำถูก	อยากทบทวน
บทที่ 1 การเลื่อนขนาน				
01 การแปลงและการเลื่อนขนาน	☐	☐	____ / 6	☐
02 สมบัติของการเลื่อนขนาน	☐	☐	____ / 6	☐
03 การเลื่อนขนานบนระนาบพิกัด	☐	☐	____ / 8	☐
แบบทดสอบทบทวน บทที่ 1			____ / 100	☐
บทที่ 2 การสะท้อน				
04 การสะท้อนและเส้นสะท้อน	☐	☐	____ / 6	☐
05 สมบัติของการสะท้อน	☐	☐	____ / 6	☐
06 การสะท้อนบนระนาบพิกัด	☐	☐	____ / 8	☐
แบบทดสอบทบทวน บทที่ 2			____ / 100	☐
บทที่ 3 การหมุนและการนำไปใช้				
07 การหมุน	☐	☐	____ / 6	☐
08 สมบัติของการหมุน	☐	☐	____ / 6	☐
09 การหมุนบนระนาบพิกัด (รอบจุดกำเนิด)	☐	☐	____ / 8	☐
10 การแปลงหลายครั้ง	☐	☐	____ / 6	☐
11 ระบุการแปลงและออกแบบลวดลาย	☐	☐	____ / 6	☐
แบบทดสอบทบทวน บทที่ 3			____ / 100	☐



ครบทุกบทเรียนแล้ว เก่งมาก! เล่มถัดไป “ความเท่ากันทุกประการ” จะใช้ความจริงที่ว่า การเลื่อนขนาน การสะท้อน และการหมุน ไม่เปลี่ยนขนาดและรูปร่าง มาตรวจรูปสามเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการ

บันทึก

One by One
Step by Step

เรียนทีละบท ฝึกทีละขั้น

หนังสือชุด One by One ม.2

1. ทฤษฎีบทพีทาโกรัส
2. ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง
3. ปริซึมและทรงกระบอก
4. **การแปลงทางเรขาคณิต**
5. สมบัติของเลขยกกำลัง
6. พหุนาม
7. สถิติ (2)
8. ความเท่ากันทุกประการ
9. เส้นขนาน
10. การให้เหตุผลทางเรขาคณิต
11. การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสอง



Math Step Studio
mathstepstudio.com