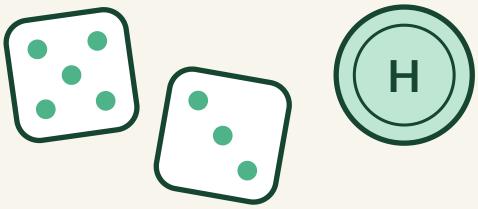
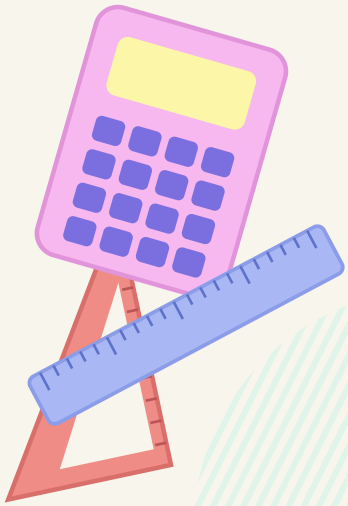
ONE BY ONE
STEP BY STEP



ความน่าจะเป็น

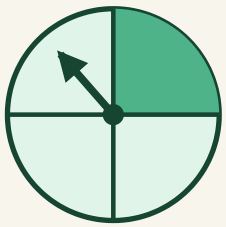
ม.3

9 บทเรียน · ฉบับนักเรียน









P(สีเข้ม) = 1/4

ชื่อ _____ นามสกุล _____

ชั้น ม.3/ _____ เลขที่ _____

สารบัญ

บทที่ 1 การทดลองสุ่มและเหตุการณ์

01 การทดลองสุ่ม 4

02 แจกแจงผลลัพธ์ 6

03 เหตุการณ์ 8

แบบทดสอบทบทวน บทที่ 1 10

บทที่ 2 ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์

04 ความน่าจะเป็น 12

05 ค่า 0 ถึง 1 และเหตุการณ์ตรงข้าม 14

06 หยิบแบบใส่คืน กับ ไม่ใส่คืน 16

07 ลูกเต๋าสองลูกและเหรียญสามเหรียญ 18

แบบทดสอบทบทวน บทที่ 2 20

บทที่ 3 การนำไปใช้

08 ใช้ความน่าจะเป็นตัดสินใจ 22

09 ค่าคาดหมาย (บทเสริม) 24

แบบทดสอบทบทวน บทที่ 3 26

เฉลยแบบฝึกหัดเบื้องต้น 28

บันทึกความก้าวหน้าของฉัน 30

ใช้เล่มนี้อย่างไร

ทุกบทเรียนมี 2 หน้า วางโครงเหมือนกันทุกบท เรียนทีละเรื่อง ทีละขั้น

1 หน้าซ้าย · เรียนรู้ผ่านโจทย์

อ่านโจทย์ข้อ 1 และ 2 ดูกราฟหรือตาราง แล้วเติมคำตอบลงในช่องทีละขั้น เพื่อค้นพบวิธีคิดด้วยตัวเอง

2 ก้าวขั้นอีกขั้น

กล่องสีเทาท้ายหน้า บอกเหตุผลเบื้องหลัง ทางลัด หรือเรื่องที่ต่อยอดได้

3 หน้าขวา · สรุป + ฝึก

อ่านแถบสรุปด้านบน ทำแบบฝึกหัดเบื้องต้นเรียงจากง่ายไปยาก แล้วตรวจกับเฉลยโจทย์หน้าซ้ายและเฉลยท้ายเล่ม

4 แบบทดสอบทบทวน

ท้ายแต่ละบท มีคะแนนกำกับทุกข้อ ลองทำโดยไม่เปิดดูบทเรียน แล้วรวมคะแนน

สัญลักษณ์ที่ใช้ในเล่ม

H, T	หัว, ก้อย ของเหรียญ
$P(E)$	ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ E
★	สลากหรือช่องที่มีรางวัล
(2, 5)	ลูกเต๋าลูกที่ 1 ได้ 2 ลูกที่ 2 ได้ 5
แ1, แ2	ป้ายแยกลูกบอลสีเดียวกันเป็นคนละลูก
(เสริม)	เนื้อหาเกินตัวชี้วัด ม.3 (บทเรียน 09)

ทบทวนก่อนเริ่ม

- เศษส่วนอย่างต่ำ: $\frac{6}{36} = \frac{1}{6}$
- เทียบเศษส่วน: $\frac{3}{8}$ กับ $\frac{2}{5} \rightarrow \frac{15}{40}$ กับ $\frac{16}{40}$
- ร้อยละ ทศนิยม เศษส่วน: 25% = 0.25 = $\frac{1}{4}$
- จำนวนคู่ จำนวนคี่ จำนวนเฉพาะ พหุคูณ
- ความถี่สัมพัทธ์ = ความถี่ ÷ จำนวนข้อมูลทั้งหมด (สถิติ ม.1–2)
- $\frac{1}{6} \times 120 = 20$



เล่มนี้ไม่ต้องรีบ ทำทีละบทเรียน ถ้าติดตรงไหน ย้อนไปดูโจทย์ข้อ 1–2 ของบทเรียนนั้นอีกรอบ

01 การทดลองสุ่ม

โยนเหรียญบาทขึ้นไป เรารู้ว่าเหรียญอาจออก**หัว**หรือ**ก้อย** แต่บอกล่วงหน้าไม่ได้ว่าจะออกด้านไหน การกระทำแบบนี้เรียกว่า**การทดลองสุ่ม** และสิ่งที่อาจเกิดขึ้นแต่ละอย่างเรียกว่า**ผลลัพธ์**

โจทย์ข้อ 1 โยนเหรียญ 1 เหรียญ และทอยลูกเต๋า 1 ลูก

1 เติมตาราง (H แทนหัว T แทนก้อย)

2 ก่อนโยน เราบอกล่วงหน้าได้หรือไม่ว่าเหรียญจะออกด้านไหน ☐

3 แต่รู้ว่าผลลัพธ์**อาจเป็นอะไรได้บ้าง** จึงเป็น ☐ · ลูกเต๋าก็เช่นกัน มีผลลัพธ์ ☐ แบบ

ผลลัพธ์ที่อาจเกิดขึ้น

การทดลอง	ผลลัพธ์ที่อาจเกิดขึ้น	จำนวน
(H) โยนเหรียญ	☐ , ☐	☐
⚀ ทอยลูกเต๋า	1, 2, 3, 4, 5, ☐	☐

โจทย์ข้อ 2 อะไรเป็นการทดลองสุ่ม อะไรรู้ผลแน่นอน

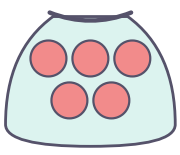
1 (ก) หยิบลูกบอล 1 ลูกจากถุงที่มีแต่ลูกสีแดง ผลที่ได้มีแบบเดียวคือ ☐ จึง ☐ การทดลองสุ่ม

2 (ข) หมุนวงล้อ 4 สี ☐ การทดลองสุ่ม · (ค) ปล่อยลูกบอลจากมือ ลูกบอลตกลงพื้นแน่นอน ☐

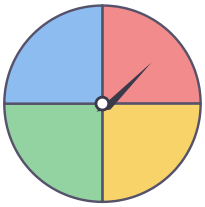
3 (ง) จับสลากเลขที่ 1–40 เพื่อเลือกคนตอบคำถาม ☐ การทดลองสุ่ม

ดูภาพ (ก) และ (ข)

(ก) ถุงนี้



(ข) วงล้อ



ก้าวขึ้นอีกขั้น

ผลลัพธ์ขึ้นกับว่าเราสนใจอะไร

ทอยลูกเต๋า 1 ลูก ถ้าสนใจ**แต้ม** มีผลลัพธ์ 6 แบบ แต่ถ้าสนใจว่าแต้มเป็น**จำนวนคู่หรือจำนวนคี่** มีผลลัพธ์ ☐ แบบ คือ คู่ กับ คี่ · ก่อนเขียนผลลัพธ์ ต้องตกลงกันก่อนว่าสนใจอะไร



การทดลองสุ่ม คือการกระทำที่รู้ว่าผลลัพธ์**อาจเป็นอะไรได้บ้าง** แต่บอกล่วงหน้าไม่ได้ว่าจะเกิดผลลัพธ์ใด

ผลลัพธ์ คือสิ่งที่อาจเกิดขึ้นจากการทดลองสุ่ม เขียนผลลัพธ์ให้**ครบทุกแบบ**และ**ไม่ซ้ำกัน**



แบบฝึกหัดเบื้องต้น

➜ เฉลยท้ายเล่ม หน้า 28

ข้อ (1)–(7) เติมคำตอบ · ข้อ (8) แสดงวิธีทำ

(1) หมุนวงล้อที่แบ่งเป็น 3 ส่วนเท่ากัน มีผลลัพธ์ที่อาจเกิดขึ้น ☐ แบบ



(2) สุ่มเลือกวันในสัปดาห์มา 1 วัน มีผลลัพธ์ ☐ แบบ

(3) สุ่มเลือกเดือนเกิดของเพื่อน 1 คน มีผลลัพธ์ ☐ แบบ

(4) หยิบลูกปิงปองหมายเลข 1–20 มา 1 ลูก สนใจหมายเลข มีผลลัพธ์ ☐ แบบ

(5) “พรุ่งนี้ดวงอาทิตย์ขึ้นทางทิศตะวันออก” เป็นการทดลองสุ่มหรือไม่ ☐

(6) “โยนเหรียญ 1 เหรียญในการเสี่ยงทายว่าทีมใดได้เตะก่อน” เป็นการทดลองสุ่มหรือไม่ ☐

(7) ทอยลูกเต๋า 1 ลูก สนใจว่าแต้มหารด้วย 3 ลงตัวหรือไม่ มีผลลัพธ์ ☐ แบบ

(8) ถุงมีลูกแก้วสีแดง 3 ลูก สีฟ้า 2 ลูก สุ่มหยิบ 1 ลูก **สนใจสี** จงเขียนผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจเกิดขึ้น

เฉลยโจทย์หน้าซ้าย

โจทย์ข้อ 1 ไม่ได้ , การทดลองสุ่ม , 6 , H , T , 2 , 6 , 6 **โจทย์ข้อ 2** สีแดง , ไม่เป็น , เป็น , ไม่เป็น , เป็น

ระวัง! ถุงเดียวกัน ถ้าสนใจ**สี**กับสนใจ**หมายเลขบนลูก** จำนวนผลลัพธ์ไม่เท่ากัน อ่านให้ดีว่าโจทย์สนใจอะไร



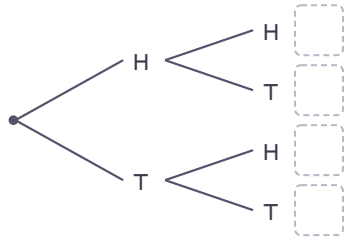
02 แจกแจงผลลัพธ์

การทดลองที่ทำ**หลายขั้น** เช่น โยนเหรียญ 2 เหรียญ ทอยลูกเต๋า 2 ลูก ต้องแจกแจงผลลัพธ์ให้ครบทุกแบบ เครื่องมือที่ช่วยได้คือ**แผนภาพต้นไม้**และ**ตาราง**

โจทย์ข้อ 1 โยนเหรียญ 2 เหรียญ (เหรียญที่ 1 และเหรียญที่ 2)

1. เหรียญที่ 1 ออกได้ ☐ แบบ แต่ละแบบ เหรียญที่ 2 ออกได้อีก ☐ แบบ
2. เขียนผลลัพธ์ที่ปลายกิ่ง ได้ HH, ☐, ☐, TT
3. รวมผลลัพธ์ทั้งหมด ☐ ผลลัพธ์ (H แทนหัว T แทนก้อย)

แผนภาพต้นไม้



โจทย์ข้อ 2 ทอยลูกเต๋า 2 ลูก (ลูกที่ 1 และลูกที่ 2)

1. ลูกที่ 1 ออกได้ ☐ แบบ แต่ละแบบ ลูกที่ 2 ออกได้ 6 แบบ รวม ☐ ผลลัพธ์
2. ช่องในตาราง “2,5” หมายถึงผลลัพธ์ (2, 5) คือลูกที่ 1 ได้ 2 ลูก ที่ 2 ได้ 5
3. ช่อง ก คือ (☐, ☐) · ช่อง ข คือ (☐, ☐) · ช่อง ค คือ (☐, ☐)

ตาราง 6 × 6

ลูกที่ 1 \ ลูกที่ 2	1	2	3	4	5	6
1	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6
2	2,1	2,2	2,3	2,4	2,5	ข
3	3,1	3,2	3,3	3,4	3,5	3,6
4	4,1	4,2	ก	4,4	4,5	4,6
5	5,1	5,2	5,3	5,4	5,5	5,6
6	ค	6,2	6,3	6,4	6,5	6,6

ก้าวขึ้นอีกขั้น

กับดัก! HT กับ TH เป็นคนละผลลัพธ์

ถ้านับ “ได้หัว 1 เหรียญ” เป็นผลลัพธ์เดียว จะเหลือ 3 แบบ (หัว 2, หัว 1, หัว 0) แต่ “หัว 1 เหรียญ” เกิดได้ ☐ ทาง คือ HT กับ TH จึงต้องแยกเหรียญที่ 1 กับเหรียญที่ 2 เสมอ · เหรียญ 3 เหรียญ มีผลลัพธ์ 2 × 2 × 2 = ☐ ผลลัพธ์



แผนภาพต้นไม้ แตกกิ่งทีละขั้น ปลายกิ่งแต่ละปลายคือผลลัพธ์ 1 ผลลัพธ์ · **ตาราง** ใช้กับการทดลองสองขั้น แถวคือขั้นที่ 1 หลักคือขั้นที่ 2

จำนวนผลลัพธ์ทั้งหมด = (จำนวนแบบของขั้นที่ 1) × (จำนวนแบบของขั้นที่ 2) × ...



แบบฝึกหัดเบื้องต้น

➜ เฉลยท้ายเล่ม หน้า 28

ข้อ (1)–(5), (7) เติมคำตอบ · ข้อ (6) เขียนแผนภาพต้นไม้ · ข้อ (8) แสดงวิธีทำ

(1) โยนเหรียญ 1 เหรียญ แล้วทอยลูกเต๋า 1 ลูก มีผลลัพธ์ทั้งหมด ☐ ผลลัพธ์

(2) โยนเหรียญ 3 เหรียญ มีผลลัพธ์ทั้งหมด ☐ ผลลัพธ์

(3) มีเสื้อ 3 ตัว (ขาว, ฟ้า, ชมพู) กางเกง 2 ตัว (ดำ, กรม) สุ่มหยิบอย่างละ 1 ตัว มีผลลัพธ์ ☐ ผลลัพธ์

(4) หมุนวงล้อที่แบ่ง 4 สีเท่ากัน 2 ครั้ง มีผลลัพธ์ ☐ ผลลัพธ์

(5) โยนเหรียญ 2 เหรียญ ผลลัพธ์ที่ได้หัว 1 เหรียญ ก้อย 1 เหรียญ คือ ☐ และ ☐

(6) เขียนแผนภาพต้นไม้ของการสุ่มเลือกเครื่องดื่ม 1 อย่าง (ชาไทย, นมเย็น) แล้วสุ่มเลือกขนม 1 อย่าง (ขนมครก, ขนมชั้น, ทองหยอด) พร้อมเขียนผลลัพธ์ที่ปลายกิ่ง

(7) ทอยลูกเต๋า 2 ลูก ผลลัพธ์ (2, 5) กับ (5, 2) เป็นผลลัพธ์เดียวกันหรือไม่ ☐

(8) ลูกเต๋า 4 หน้า มีแต้ม 1, 2, 3, 4 ทอยลูกเต๋าแบบนี้ 2 ลูก มีผลลัพธ์ทั้งหมดกี่ผลลัพธ์

เฉลยโจทย์หน้าซ้าย

โจทย์ข้อ 1 2 , 2 , HT , TH , 4 โจทย์ข้อ 2 6 , 36 , 4 , 3 , 2 , 6 , 6 , 1

คุยกันหน่อย ลูกเต๋า 6 หน้า 2 ลูกได้ 6 × 6 = 36 ผลลัพธ์ ลูกเต๋า 4 หน้า 2 ลูกได้ 4 × 4 ผลลัพธ์ ถ้าเป็นลูกเต๋า m หน้า 2 ลูก จะได้กี่ผลลัพธ์ ลองเขียนเป็นสูตร



03 เหตุการณ์

ผลลัพธ์ที่เราสนใจจากการทดลองสุ่ม เรียกว่า**เหตุการณ์** เช่น ทอยลูกเต๋าแล้ว “ได้แต้มคู่” งานของเราคือหาว่าเหตุการณ์นั้นมีผลลัพธ์อะไรบ้าง และมีกี่ผลลัพธ์

โจทย์ข้อ 1 ทอยลูกเต๋า 1 ลูก เหตุการณ์ “ได้แต้มคู่”

1 ผลลัพธ์ทั้งหมดมี ☐ ผลลัพธ์

2 ผลลัพธ์ของเหตุการณ์ “ได้แต้มคู่” คือ ☐, ☐, ☐

3 เหตุการณ์นี้มี ☐ ผลลัพธ์ ระบายหน้าลูกเต๋าที่เป็นผลลัพธ์ของเหตุการณ์

ระบายหน้าที่ใช่



โจทย์ข้อ 2 ทอยลูกเต๋า 2 ลูก เหตุการณ์ “ผลรวมของแต้มเป็น 7”

1 ตารางนี้เขียน**ผลรวม**ของแต้มไว้ในแต่ละช่อง ระบายช่องที่ผลรวมเป็น 7

2 ช่องที่ระบายเรียงกันเป็น ☐ เหตุการณ์นี้มี ☐ ผลลัพธ์

3 (3, 4) กับ (4, 3) นับเป็น ☐ ผลลัพธ์ เพราะลูกที่ 1 ได้แต้มต่างกัน

ตารางผลรวมของแต้ม

ลูกที่ 1 \ ลูกที่ 2	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

ก้าวขึ้นอีกขั้น

เหตุการณ์ที่แน่นอน และเหตุการณ์ที่เป็นไปไม่ได้

ทอยลูกเต๋า 2 ลูก “ผลรวมไม่เกิน 12” มีผลลัพธ์ ☐ ผลลัพธ์ คือ**ทุกผลลัพธ์** เรียกว่า**เหตุการณ์ที่แน่นอน** · “ผลรวมเป็น 13” มี ☐ ผลลัพธ์ เรียกว่า**เหตุการณ์ที่เป็นไปไม่ได้**



เหตุการณ์ คือผลลัพธ์ที่สนใจ (บางส่วนหรือทั้งหมดของผลลัพธ์ที่อาจเกิดขึ้น) · หาผลลัพธ์ของเหตุการณ์จากรายการ แผนภาพต้นไม้ หรือตาราง แล้วนับ

เหตุการณ์ที่แน่นอนมีผลลัพธ์ครบทุกผลลัพธ์ · เหตุการณ์ที่เป็นไปไม่ได้ไม่มีผลลัพธ์เลย



แบบฝึกหัดเบื้องต้น

➜ เฉลยท้ายเล่ม หน้า 28

ข้อ (1)–(6) เติมคำตอบ · ข้อ (7) ระบายตาราง

(1) ทอยลูกเต๋า 1 ลูก “ได้แต้มมากกว่า 4” มีผลลัพธ์คือ ☐, ☐

(2) ทอยลูกเต๋า 1 ลูก “ได้แต้มเป็นจำนวนเฉพาะ” มีผลลัพธ์คือ ☐, ☐, ☐

(3) โยนเหรียญ 2 เหรียญ “ได้หัวอย่างน้อย 1 เหรียญ” มี ☐ ผลลัพธ์

(4) ทอยลูกเต๋า 2 ลูก “ผลรวมของแต้มเป็น 10” มี ☐ ผลลัพธ์

(5) ทอยลูกเต๋า 2 ลูก “ผลรวมของแต้มน้อยกว่า 5” มี ☐ ผลลัพธ์

(6) ทอยลูกเต๋า 2 ลูก “ผลรวมเป็น 1” เป็นเหตุการณ์ ☐ · “ผลรวมมากกว่า 1” เป็นเหตุการณ์ ☐

(7)

ทอยลูกเต๋า 2 ลูก ระบายช่องของเหตุการณ์ “แต้มสองลูกต่างกัน 2” แล้วนับ ได้ ☐ ผลลัพธ์

ลูกที่ 1 \ ลูกที่ 2	1	2	3	4	5	6
1	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6
2	2,1	2,2	2,3	2,4	2,5	2,6
3	3,1	3,2	3,3	3,4	3,5	3,6
4	4,1	4,2	4,3	4,4	4,5	4,6
5	5,1	5,2	5,3	5,4	5,5	5,6
6	6,1	6,2	6,3	6,4	6,5	6,6

เฉลยโจทย์หน้าซ้าย

โจทย์ข้อ 1 6 , 2 , 4 , 6 , 3 โจทย์ข้อ 2 แนวทแยง , 6 , 2

ระวัง! “ผลรวมเป็น 7” ต้องนับทั้ง (1, 6) และ (6, 1) · ถ้าลืมนับกลับด้าน จะได้แค่ครึ่งเดียว



แบบทดสอบทบทวน

บทที่ 1 การทดลองสุ่มและเหตุการณ์

ชื่อ _____ ชั้น _____ เลขที่ _____

คะแนน

_____

/ 100



1 10 คะแนน

ข้อใดเป็นการทดลองสุ่ม (ก) ทอยลูกเต๋าเพื่อเดินหมากเกมบันไดงู (ข) ใส่น้ำแข็งในแก้วน้ำร้อน แล้วน้ำแข็งละลาย (ค) จับสลากเลือกห้องที่จะเป็นเจ้าภาพกีฬาสี (ง) หยิบลูกอมจากโหลที่มีแต่รสส้ม แล้วสนใจรส

2 10 คะแนน

โยนเหรียญ 1 เหรียญ แล้วหมุนวงล้อสามสี (แดง เหลือง เขียว) ที่แบ่งช่องเท่ากัน จงเขียนผลลัพธ์ทั้งหมด

3 10 คะแนน

จงเขียนแผนภาพต้นไม้ของการโยนเหรียญ 3 เหรียญ และเขียนผลลัพธ์ทั้งหมด

4 10 คะแนน

ทอยลูกเต๋า 2 ลูก จงหาจำนวนผลลัพธ์ทั้งหมด และเขียนผลลัพธ์ของเหตุการณ์ “ผลรวมของแต้มเป็น 9”

5 10 คะแนน

ทอยลูกเต๋า 2 ลูก เหตุการณ์ “แต้มของลูกที่ 1 มากกว่าแต้มของลูกที่ 2” มีกี่ผลลัพธ์

6 10 คะแนน

โยนเหรียญ 2 เหรียญ จงเขียนผลลัพธ์ของเหตุการณ์ “ได้หน้าต่างกัน”

7 10 คะแนน

ภูผาบอกว่า “โยนเหรียญ 2 เหรียญ มีผลลัพธ์ 3 แบบ คือ ได้หัว 2 เหรียญ ได้หัว 1 เหรียญ และไม่ได้หัวเลย” ภูผาพูดถูกหรือไม่ เพราะเหตุใด

8 10 คะแนน

จับสลาก 1 ใบจากสลากหมายเลข 1–30 จงเขียนผลลัพธ์ของเหตุการณ์ “ได้หมายเลขที่เป็นพหุคูณของ 4”

9 10 คะแนน

ทอยลูกเต๋า 2 ลูก เหตุการณ์ใดแน่นอน เหตุการณ์ใดเป็นไปไม่ได้ (ก) ผลรวมมากกว่า 1 (ข) ผลคูณของแต้มเป็น 7 (ค) ผลรวมเป็น 12

10 10 คะแนน

ร้านไอศกรีมให้สุ่มภาชนะ (ถ้วย / โคน) และสุ่มรส (กะทิ, ชาไทย, มะม่วง, ช็อกโกแลต) อย่างละ 1 อย่าง (ก) มีผลลัพธ์ทั้งหมดกี่ผลลัพธ์ (ข) เหตุการณ์ “ได้รสชาไทย” มีกี่ผลลัพธ์ เขียนให้ครบ

ก้าวต่อไปเรื่องน่ารู้

ต่อไป: โอกาสเป็นตัวเลข

นับผลลัพธ์ได้แล้ว บทที่ 2 จะนำจำนวนผลลัพธ์ของเหตุการณ์มาเทียบกับจำนวนผลลัพธ์ทั้งหมด ได้เป็น**ความน่าจะเป็น** ตัวเลขที่บอกว่าเหตุการณ์มีโอกาสเกิดมากหรือน้อย



04 ความน่าจะเป็น

ถ้าทุกผลลัพธ์มี**โอกาสเกิดขึ้นเท่า ๆ กัน** ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ E เขียนแทนด้วย $P(E)$ หาได้จากการเทียบจำนวนผลลัพธ์ของเหตุการณ์กับจำนวนผลลัพธ์ทั้งหมด

โจทย์ข้อ 1 ทอยลูกเต๋า 1 ลูก หา P(ได้แต้มมากกว่า 4)

1. ผลลัพธ์ทั้งหมดมี ☐ ผลลัพธ์ ทุกหน้ามีโอกาสขึ้นเท่ากัน
2. ผลลัพธ์ของเหตุการณ์คือ ☐, ☐ มี ☐ ผลลัพธ์
3. P(ได้แต้มมากกว่า 4) $= \frac{\square}{\square} =$ ☐

หน้าลูกเต๋า



โจทย์ข้อ 2 จับสลาก 1 ใบจากสลากหมายเลข 1–20

1. ผลลัพธ์ทั้งหมดมี ☐ ผลลัพธ์ หา P(ได้หมายเลขที่หารด้วย 4 ลงตัว)
2. ผลลัพธ์ของเหตุการณ์คือ 4, 8, ☐, ☐, ☐ มี ☐ ผลลัพธ์
3. P(หารด้วย 4 ลงตัว) $= \frac{\square}{\square} =$ ☐

สลาก 20 ใบ

1	2	3	4	5
6	7	8	9	10
11	12	13	14	15
16	17	18	19	20

ก้าวขึ้นอีกขั้น

ผลลัพธ์ต้องมีโอกาสเท่ากัน

วงล้อนี้มี 3 สี แต่ P(แดง) **ไม่ใช่** $\frac{1}{3}$ เพราะช่องสีแดงใหญ่กว่า แบ่งช่องแดงด้วยเส้นประ จะได้ 4 ช่องเท่ากัน สีแดง ☐ ช่อง จึงได้ P(แดง) = ☐





เมื่อผลลัพธ์ทุกผลลัพธ์มีโอกาสเกิดขึ้นเท่า ๆ กัน $P(E) = \frac{\text{จำนวนผลลัพธ์ของเหตุการณ์ E}}{\text{จำนวนผลลัพธ์ทั้งหมด}}$

ตอบเป็น**เศษส่วนอย่างต่ำ** เช่น $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$



แบบฝึกหัดเบื้องต้น

➜ เฉลยท้ายเล่ม หน้า 28

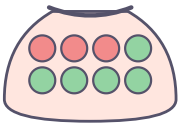
ข้อ (1)–(6) เติมคำตอบเป็นเศษส่วนอย่างต่ำ · ข้อ (7)–(8) แสดงวิธีทำ

(1) โยนเหรียญ 1 เหรียญ P(ได้หัว) = ☐

(2) ทอยลูกเต๋า 1 ลูก P(ได้แต้ม 3) = ☐

(3) ทอยลูกเต๋า 1 ลูก P(ได้แต้มคี่) = ☐

(4) สุ่มหยิบลูกบอล 1 ลูกจากถุงนี้ P(ได้สีเขียว) = ☐



(5) จับสลาก 1 ใบจากหมายเลข 1–30 P(ได้จำนวนที่หารด้วย 5 ลงตัว) = ☐

(6) หมุนวงล้อ 8 ช่องเท่ากัน P(ได้จำนวนเฉพาะ) = ☐



(7) ห้อง ม.3/1 มีนักเรียนชาย 18 คน หญิง 22 คน สุ่มเลือกหัวหน้าห้อง 1 คน จงหา P(ได้นักเรียนหญิง)

(8) ถุงมีลูกปิงปองสีขาว 4 ลูก และสีส้มอีกจำนวนหนึ่ง ถ้า P(ได้สีขาว) = $\frac{1}{3}$ ถุงนี้มีลูกสีส้มกี่ลูก

เฉลยโจทย์หน้าซ้าย

โจทย์ข้อ 1 6 , 5 , 6 , 2 , 2 , 6 , $\frac{1}{3}$ โจทย์ข้อ 2 20 , 12 , 16 , 20 , 5 , 5 , 20 , $\frac{1}{4}$

ระวัง! นับผลลัพธ์ทั้งหมดก่อนเสมอ แล้วจึงนับผลลัพธ์ของเหตุการณ์ ตัวส่วนคือ**ผลลัพธ์ทั้งหมด** ไม่ใช่ผลลัพธ์ที่เหลือ

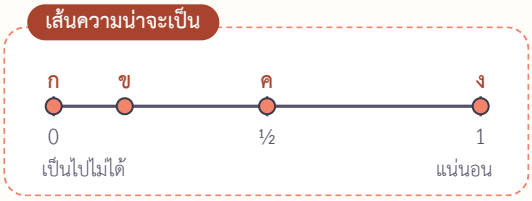


05 ค่า 0 ถึง 1 และเหตุการณ์ตรงข้าม

ความน่าจะเป็นเป็นตัวเลขตั้งแต่ 0 ถึง 1 ยิ่งใกล้ 1 ยิ่งมีโอกาสเกิดมาก · “ไม่เกิดเหตุการณ์ E” เรียกว่า**เหตุการณ์ตรงข้าม**ของ E

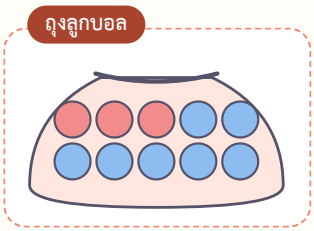
โจทย์ข้อ 1 ทอยลูกเต๋า 1 ลูก วางความน่าจะเป็นบนเส้น 0–1

1. P(แต้มน้อยกว่า 7) = $\frac{\square}{6}$ = $\square$ อยู่ที่จุด $\square$ เป็นเหตุการณ์ $\square$
2. P(ได้แต้ม 8) = $\frac{\square}{6}$ = $\square$ อยู่ที่จุด $\square$ เป็นเหตุการณ์ $\square$
3. P(ได้แต้ม 1) = $\square$ อยู่ที่จุด $\square$ · P(แต้มคู่) อยู่ที่จุด $\square$



โจทย์ข้อ 2 เกิด กับ ไม่เกิด รวมกันได้เท่าไร

1. ถุงมีลูกบอลสีแดง 3 ลูก สีฟ้า 7 ลูก สุ่มหยิบ 1 ลูก P(ได้สีแดง) = $\square$
2. P(ไม่ได้สีแดง) = P(ได้สีฟ้า) = $\square$
3. P(ได้สีแดง) + P(ไม่ได้สีแดง) = $\square$ จึงได้ P(ไม่เกิด E) = $1 - P(E)$



ก้าวขึ้นอีกขั้น

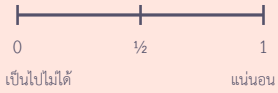
ทางลัด: ใช้เหตุการณ์ตรงข้าม

P(ไม่ได้แต้ม 6) = $1 - \frac{1}{6}$ = $\square$ ไม่ต้องนับ 1, 2, 3, 4, 5 · พยากรณ์อากาศบอกว่าโอกาสฝนตก 30% ก็แปลว่าโอกาสฝนไม่ตก $\square$



$0 \le P(E) \le 1$ · เหตุการณ์ที่**แน่นอน** $P = 1$ · เหตุการณ์ที่**เป็นไปไม่ได้** $P = 0$

เหตุการณ์ตรงข้าม: P(ไม่เกิด E) = 1 − $P(E)$



แบบฝึกหัดเบื้องต้น

➜ เฉลยท้ายเล่ม หน้า 28

ข้อ (1)–(7) เติมคำตอบ · ข้อ (8) แสดงวิธีทำ

(1) ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่แน่นอน = ☐

(2) ทอยลูกเต๋า 1 ลูก P(ได้แต้ม 0) = ☐

(3) ถ้า $P(E) = \frac{2}{7}$ แล้ว P(ไม่เกิด E) = ☐

(4) ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์หนึ่งเท่ากับ $\frac{4}{3}$ ได้หรือไม่ ☐

(5) จับสลาก 1 ใบจากหมายเลข 1–25 P(ไม่ได้จำนวนคู่) = ☐

(6) ทอยลูกเต๋า 1 ลูก P(ไม่ได้แต้มที่น้อยกว่า 3) = ☐

(7) "$P(E) + P$(ไม่เกิด E) = 1" ☐ · "เหตุการณ์ที่มีความน่าจะเป็น $\frac{1}{2}$ ต้องเกิด 1 ครั้งใน 2 ครั้งเสมอ" ☐

(8) ความน่าจะเป็นที่รถสองแถวสายหน้าโรงเรียนมาตรงเวลาเท่ากับ 0.85 จงหาความน่าจะเป็นที่รถมาไม่ตรงเวลา

เฉลยโจทย์หน้าซ้าย

โจทย์ข้อ 1 6 , 1 , ง , ที่แน่นอน , 0 , 0 , ก , ที่เป็นไปไม่ได้ , $\frac{1}{6}$, ข , ค

โจทย์ข้อ 2 $\frac{3}{10}$, $\frac{7}{10}$, 1

ระวัง! ถ้าคำนวณความน่าจะเป็นได้ติดลบหรือมากกว่า 1 แสดงว่านับผิด ต้องย้อนกลับไปตรวจ



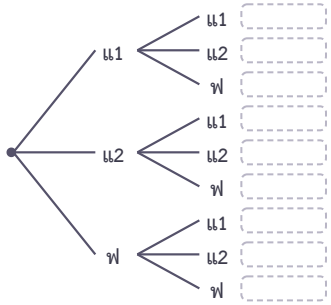
06 หยิบแบบใส่คืน กับ ไม่ใส่คืน

หยิบของจากถุง 2 ครั้ง ถ้า**ใส่คืน**ก่อนหยิบครั้งที่สอง ถุงจะเหมือนเดิม ถ้า**ไม่ใส่คืน** ของในถุงจะลดลง ลูกบอลสีเดียวกันให้ติดป้ายแยกกัน (แ1, แ2) เพื่อให้ทุกผลลัพธ์มีโอกาสเท่ากัน

โจทย์ข้อ 1 ถุงมีลูกบอลแดง 2 ลูก (แ1, แ2) ฟ้า 1 ลูก (ฟ) หยิบ 2 ครั้ง ใส่คืน

1. ครั้งที่ 1 หยิบได้ ☐ แบบ ใส่คืนแล้ว ครั้งที่ 2 หยิบได้ ☐ แบบ รวม ☐ ผลลัพธ์
2. “ได้สีแดงทั้งสองครั้ง” มี ☐ ผลลัพธ์ (หยิบ แ1 ซ้ำได้)
3. P(แดงทั้งสองครั้ง) = ☐

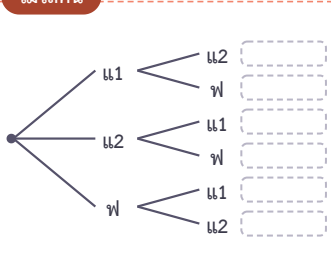
ใส่คืน



โจทย์ข้อ 2 ถุงเดิม หยิบ 2 ครั้ง ไม่ใส่คืน

1. ครั้งที่ 1 หยิบได้ 3 แบบ ครั้งที่ 2 เหลือลูกบอล ☐ ลูก รวม ☐ ผลลัพธ์
2. “ได้สีแดงทั้งสองครั้ง” มี ☐ ผลลัพธ์ คือ แ1 แ2 กับ ☐
3. P(แดงทั้งสองครั้ง) = ☐ ซึ่ง ☐ แบบใส่คืน

ไม่ใส่คืน



ก้าวขึ้นอีกขั้น

หยิบพร้อมกัน = ไม่ใส่คืน

หยิบลูกบอล 2 ลูก**พร้อมกัน** ลูกเดียวกันจะถูกหยิบซ้ำ ☐ จึงคิดเหมือนหยิบทีละลูก**ไม่ใส่คืน** · ใส่คืน: ครั้งที่ 2 เหมือนครั้งแรกทุกอย่าง · ไม่ใส่คืน: ครั้งที่ 2 มีของน้อยลง 1 ชิ้น



หยิบ 2 ครั้งจากของ n ชิ้น · **ใส่คืน** มีผลลัพธ์ $n \times n$ · **ไม่ใส่คืน** มีผลลัพธ์ $n \times (n-1)$

ของที่เหมือนกันให้ติดป้ายแยก แล้วแจกแจงด้วยแผนภาพต้นไม้



แบบฝึกหัดเบื้องต้น

➜ เฉลยท้ายเล่ม หน้า 28

ข้อ (1)–(5), (8) เติมคำตอบ · ข้อ (6)–(7) แสดงวิธีทำ

(1) ถุงมีลูกบอล 4 ลูกต่างสีกัน หยิบ 2 ครั้งแบบใส่คืน มีผลลัพธ์ ☐ ผลลัพธ์

(2) ถุงเดิม หยิบ 2 ครั้งแบบไม่ใส่คืน มีผลลัพธ์ ☐ ผลลัพธ์

(3) บัตรตัวเลข 1, 2, 3 หยิบ 2 ใบไม่ใส่คืน ใบแรกเป็นหลักสิบ ใบที่สองเป็นหลักหน่วย ได้จำนวนสองหลัก ☐ จำนวน P(ได้จำนวนคู่) = ☐

(4) บัตรชุดเดิม หยิบ 2 ใบแบบ**ใส่คืน** P(ได้จำนวนที่มากกว่า 20) = ☐

(5) บัตรชุดเดิม หยิบแบบ**ไม่ใส่คืน** P(เลขโดดสองตัวเหมือนกัน) = ☐

(6) ถุงมีลูกบอลแดง 1 ลูก ฟ้า 2 ลูก หยิบ 2 ลูกทีละลูก**ไม่ใส่คืน** จงหา P(ได้สองสีต่างกัน)

(7) ถุงเดิม หยิบ 2 ลูกทีละลูกแบบ**ใส่คืน** จงหา P(ได้สองสีต่างกัน)

(8) หยิบลูกบอล 2 ลูกพร้อมกันจากถุง คิดเหมือนหยิบทีละลูกแบบ ☐

เฉลยโจทย์หน้าซ้าย

โจทย์ข้อ 1 3 , 3 , 9 , 4 , $\frac{4}{9}$ โจทย์ข้อ 2 2 , 6 , 2 , แ2 แ1 , $\frac{1}{3}$, น้อยกว่า

ระวัง! แบบไม่ใส่คืน ลูกที่หยิบไปแล้วจะไม่อยู่ในกิ่งของครั้งที่ 2 · ถ้าวาดกิ่งครบ 3 กิ่งทุกครั้ง แปลว่ากำลังคิดแบบใส่คืน



07 ลูกเต๋าสองลูกและเหรียญสามเหรียญ

รวมทุกอย่างที่เรียนมา: แจกแจงผลลัพธ์ด้วยตารางหรือแผนภาพต้นไม้ → นับผลลัพธ์ของเหตุการณ์ → หารด้วยจำนวนผลลัพธ์ทั้งหมด

โจทย์ข้อ 1 ทอยลูกเต๋า 2 ลูก หา P(ผลรวมของแต้มเป็น 8)

1. ผลลัพธ์ทั้งหมดมี ☐ ผลลัพธ์
2. ระบายช่องที่ผลรวมเป็น 8 ได้ ☐ ผลลัพธ์ · P(ผลรวมเป็น 8) = ☐
3. ผลรวมที่มีช่องมากที่สุด (มีโอกาสเกิดมากที่สุด) คือ ☐

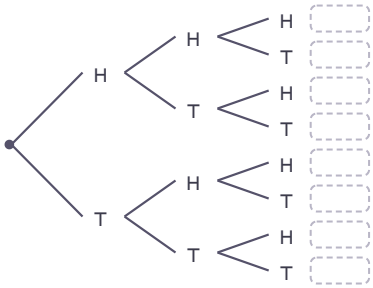
ตารางผลรวม

ลูกที่ 1 \ ลูกที่ 2	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

โจทย์ข้อ 2 โยนเหรียญ 3 เหรียญ หา P(ได้หัวอย่างน้อย 2 เหรียญ)

1. ผลลัพธ์ทั้งหมดมี ☐ ผลลัพธ์ (เขียนที่ปลายกิ่ง)
2. “หัวอย่างน้อย 2 เหรียญ” คือหัว 2 หรือ 3 เหรียญ: HHH, ☐, ☐, ☐
3. มี ☐ ผลลัพธ์ · P = ☐

ต้นไม้ 3 ชั้น



ก้าวขึ้นอีกขั้น

“อย่างน้อยหนึ่ง” = 1 – “ไม่มีเลย”

P(ได้หัวอย่างน้อย 1 เหรียญ) นับยาก แต่เหตุการณ์ตรงข้ามคือ “ไม่ได้หัวเลย” = TTT มีผลลัพธ์เดียว จึงได้ 1 – ☐ = ☐



1) แจกแจงผลลัพธ์ทั้งหมด (ตาราง 6 × 6 หรือแผนภาพต้นไม้) 2) นับผลลัพธ์ของเหตุการณ์ 3) หาร แล้วทำเป็นเศษส่วนอย่างต่ำ

“อย่างน้อยหนึ่ง” ใช้ 1 − P(ไม่มีเลย) จะเร็วกว่า



แบบฝึกหัดเบื้องต้น

➜ เฉลยท้ายเล่ม หน้า 28

ข้อ (1)–(7) เติมคำตอบเป็นเศษส่วนอย่างต่ำ · ข้อ (8) แสดงวิธีทำ

(1) ทอยลูกเต๋า 2 ลูก P(ผลรวมของแต้มเป็น 4) = ☐

(2) ทอยลูกเต๋า 2 ลูก P(ได้แต้มเหมือนกัน) = ☐

(3) ทอยลูกเต๋า 2 ลูก P(ผลคูณของแต้มเป็นจำนวนคี่) = ☐

(4) ทอยลูกเต๋า 2 ลูก P(ผลรวมของแต้มไม่เป็น 7) = ☐

(5) โยนเหรียญ 3 เหรียญ P(ได้หัวทั้งสามเหรียญ) = ☐

(6) โยนเหรียญ 3 เหรียญ P(ได้หัวเพียง 1 เหรียญ) = ☐

(7) โยนเหรียญ 3 เหรียญ P(ได้ก้อยอย่างน้อย 1 เหรียญ) = ☐

(8) ทอยลูกเต๋า 4 หน้า (แต้ม 1–4) 2 ลูก จงหา P(ผลรวมของแต้มเป็น 5)

เฉลยโจทย์หน้าซ้าย

โจทย์ข้อ 1 36 , 5 , $\frac{5}{36}$, 7 **โจทย์ข้อ 2** 8 , HHT , HTH , THH , 4 , $\frac{1}{2}$

ระวัง! ผลรวมของลูกเต๋า 2 ลูกมี 11 ค่า (2 ถึง 12) แต่ P(ผลรวมเป็น 7) **ไม่ใช่** $\frac{1}{11}$ เพราะแต่ละผลรวมมีโอกาสไม่เท่ากัน ต้องนับจากตาราง 36 ช่อง



แบบทดสอบทบทวน

บทที่ 2 ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์

ชื่อ _____ ชั้น _____ เลขที่ _____

คะแนน

_____ / 100



1 10 คะแนน

ทอยลูกเต๋า 1 ลูก จงหา P(ได้แต้มน้อยกว่า 3)

2 10 คะแนน

ถุงมีลูกบอลสีแดง 4 ลูก สีเหลือง 6 ลูก สีฟ้า 2 ลูก สุ่มหยิบ 1 ลูก จงหา (ก) P(ได้สีเหลือง) (ข) P(ไม่ได้สีฟ้า)

3 10 คะแนน

(ก) ถ้า $P(E) = 0.35$ จงหา P(ไม่เกิด E) (ข) จำนวนใดเป็นความน่าจะเป็น**ไม่ได้**: 1.2, -0.1, $\frac{3}{5}$, 0

4 10 คะแนน

จับสลาก 1 ใบจากสลากหมายเลข 1–50 จงหา P(ได้หมายเลขที่เป็นพหุคูณของ 6)

5 10 คะแนน

บัตรตัวเลข 1, 2, 3, 4 หยิบ 2 ใบทีละใบ**ไม่ใส่คืน** ใบแรกเป็นหลักสิบ ใบที่สองเป็นหลักหน่วย จงหา P(ได้จำนวนคี่)

6 10 คะแนน

บัตรชุดเดิม หยิบ 2 ใบแบบ**ใส่คืน** จงหา P(ได้จำนวนที่มากกว่า 30)

7 10 คะแนน

ทอยลูกเต๋า 2 ลูก จงหา (ก) P(ผลรวมของแต้มตั้งแต่ 10 ขึ้นไป) (ข) P(แต้มสองลูกต่างกัน 1)

8 10 คะแนน

โยนเหรียญ 3 เหรียญ จงหา (ก) P(ได้หัวมากกว่าก้อย) (ข) P(ได้ก้อยอย่างน้อย 1 เหรียญ)

9 10 คะแนน

ถุงมีลูกบอลสีขาว 2 ลูก (ข1, ข2) สีดำ 1 ลูก (ด) หยิบ 2 ลูกทีละลูก จงหา P(ได้สีขาวทั้งสองลูก) เมื่อ (ก) ไม่ใส่คืน (ข) ใส่คืน

10 10 คะแนน

วงล้อแบ่ง 6 ช่องเท่ากัน เป็นสีแดง 3 ช่อง น้ำเงิน 2 ช่อง เหลือง 1 ช่อง หมุน 2 ครั้ง จงหา P(ได้สีเดียวกันทั้งสองครั้ง)



ก้าวต่อไปในอนาคต

ต่อไป: ใช้ตัวเลขช่วยตัดสินใจ

บทที่ 3 จะใช้ความน่าจะเป็นตอบคำถามจริง: เกมนี้ยุติธรรมไหม ควรเลือกกล่องไหน และทดลองจริงแล้วผลต่างจากทฤษฎีได้แค่ไหน



08 ใช้ความน่าจะเป็นตัดสินใจ

เกมจะ**ยุติธรรม**เมื่อผู้เล่นทุกคนมีความน่าจะเป็นที่จะชนะเท่ากัน · เมื่อต้องเลือก ให้เลือกทางที่มีความน่าจะเป็นมากกว่า

โจทย์ข้อ 1 เกมผลคูณ: ยุติธรรมไหม

1. ภูผากับน้ำฝนทอยลูกเต๋า 2 ลูก ถ้าผลคูณของแต้มเป็นจำนวนคู่ ภูผาได้ 1 คะแนน ถ้าเป็นจำนวนคี่ น้ำฝนได้ 1 คะแนน
2. ผลคูณเป็นจำนวนคี่เมื่อแต้มทั้งสองลูกเป็นจำนวน ☐ มี 3 × 3 = ☐ ผลลัพธ์
3. P(คี่) = ☐ · P(คู่) = ☐ เกมนี้ ☐ ☐ ได้เปรียบ

ตารางผลคูณ

ลูกที่ 1 \ ลูกที่ 2	1	2	3	4	5	6
1	1	2	3	4	5	6
2	2	4	6	8	10	12
3	3	6	9	12	15	18
4	4	8	12	16	20	24
5	5	10	15	20	25	30
6	6	12	18	24	30	36

โจทย์ข้อ 2 จับสลากร้านชานม: เลือกกล่องไหนดี

1. กล่อง ก มีสลาก 10 ใบ มีรางวัล 3 ใบ · กล่อง ข มีสลาก 20 ใบ มีรางวัล 5 ใบ
2. P(ได้รางวัล) กล่อง ก = ☐ = $\frac{\square}{20}$ ·
   กล่อง ข = ☐ = $\frac{\square}{20}$
3. ควรจับสลากจาก ☐ แม้กล่อง ข จะมีสลากรางวัล**มากใบกว่า**

★ = สลากมีรางวัล

กล่อง ก



กล่อง ข



ก้าวขึ้นอีกขั้น

ทดลองจริง เทียบกับทฤษฎี

โยนเหรียญบาท 50 ครั้ง ได้หัว 32 ครั้ง ความถี่สัมพัทธ์ของการได้หัว = $\frac{32}{50}$ = ☐ ยังไม่พอจะบอกว่าเหรียญถ่วง เพราะ**ยิ่งทดลองมากครั้ง ความถี่สัมพัทธ์ยิ่งเข้าใกล้ความน่าจะเป็น** ($\frac{1}{2}$) · ทอยลูกเต๋า 120 ครั้ง คาดว่าได้แต้ม 6 ประมาณ $\frac{1}{6}$ × 120 = ☐ ครั้ง



เกม**ยุติธรรม** เมื่อผู้เล่นทุกคนมีความน่าจะเป็นที่จะชนะเท่ากัน · เลือกทางที่มีความน่าจะเป็นมากกว่า (เทียบเศษส่วนด้วยตัวส่วนเดียวกัน)

จำนวนครั้งที่คาดว่าจะเกิด ≈ ความน่าจะเป็น × จำนวนครั้งที่ทดลอง



แบบฝึกหัดเบื้องต้น

➜ เฉลยท้ายเล่ม หน้า 28

ข้อ (1)–(5) เติมคำตอบ · ข้อ (6)–(8) แสดงวิธีทำ

(1) โยนเหรียญ 2 เหรียญ ถ้าได้หน้าเหมือนกัน ก ชนะ ต่างกัน ข ชนะ เกมนี้ ☐

(2) ทอยลูกเต๋า 1 ลูก แต้ม 1–2 ก ชนะ แต้ม 3–6 ข ชนะ P(ก ชนะ) = ☐ เกมนี้ ☐

(3) วงล้อ ก มี 8 ช่องเท่ากัน มีรางวัล 3 ช่อง วงล้อ ข มี 5 ช่องเท่ากัน มีรางวัล 2 ช่อง ควรหมุน ☐

(4) ทอยลูกเต๋า 300 ครั้ง คาดว่าได้แต้ม 5 ประมาณ ☐ ครั้ง

(5) ถุงมีลูกบอลแดง 2 ลูก ฟ้า 3 ลูก หยิบแล้วใส่คืน 100 ครั้ง คาดว่าได้สีแดงประมาณ ☐ ครั้ง

(6) ทอยลูกเต๋า 60 ครั้ง ได้แต้ม 6 ถึง 25 ครั้ง ความถี่สัมพัทธ์เท่าใด ตามทฤษฎีคาดว่าได้กี่ครั้ง ลูกเต๋านี้น่าสงสัยว่าถ่วงหรือไม่

(7) ทอยลูกเต๋า 2 ลูก ถ้าผลรวมของแต้มเป็น 6, 7 หรือ 8 ก ชนะ นอกนั้น ข ชนะ เกมนี้ยุติธรรมหรือไม่

(8) นิดโยนเหรียญได้หัว 5 ครั้งติดกัน นิดบอกว่า “ครั้งต่อไปต้องมีโอกาสได้ก้อยมากกว่า” จริงหรือไม่

เฉลยโจทย์หน้าซ้าย

โจทย์ข้อ 1 คี่ , 9 , $\frac{1}{4}$, $\frac{3}{4}$, ไม่ยุติธรรม , ภูผา **โจทย์ข้อ 2** $\frac{3}{10}$, 6 , $\frac{1}{4}$, 5 , กล่อง ก

คุยกันหน่อย ลองโยนเหรียญจริง 20 ครั้ง แล้วรวมผลของทั้งห้อง ความถี่สัมพัทธ์ของทั้งห้องใกล้ $\frac{1}{2}$ มากกว่าของแต่ละคนหรือไม่



09 ค่าคาดหมาย (บทเสริม)

บทเสริม (เกินตัวชี้วัด ม.3) · ถ้าเล่นเกมเดิมหลาย ๆ ครั้ง เงินที่ได้**เฉลี่ยต่อครั้ง**เรียกว่า**ค่าคาดหมาย** หาได้จากผลรวมของ (ผลที่ได้ × ความน่าจะเป็น)

โจทย์ข้อ 1 ซุ้มเกมงานวัด: เล่นครั้งละ 10 บาท

1. วงล้อ 4 ช่องเท่ากัน ได้เงินคืน 20, 10, 0, 0 บาท เติมตาราง
2. รวมช่องผลคูณทุกช่อง ได้ค่าคาดหมายของเงินที่ได้คืน = ☐ บาท ต่อครั้ง
3. ค่าเล่น 10 บาท จึงคาดว่าผู้เล่น ☐ ครั้งละ ☐ บาท

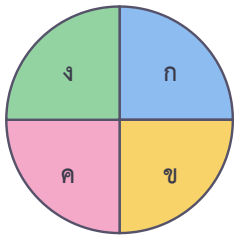
ผลที่ได้ × ความน่าจะเป็น

เงินที่ได้ (บาท)	ความน่าจะเป็น	ผลคูณ
20	☐	☐
10	☐	☐
0	☐	☐

โจทย์ข้อ 2 เดาข้อสอบปรนัย 4 ตัวเลือก

1. ตอบถูกได้ 1 คะแนน ผิดได้ 0 คะแนน · ค่าคาดหมายต่อข้อ $= 1 \times \frac{1}{4} + 0 \times \frac{3}{4}$ $=$ ☐
2. เดาทั้ง 20 ข้อ คาดว่าได้ประมาณ ☐ คะแนน
3. ถ้าตอบผิด**หัก** 1 คะแนน: $1 \times \frac{1}{4} + (-1) \times \frac{3}{4} =$ ☐ คะแนนต่อข้อ จึง ☐ เดา

ตัวเลือก ก ข ค ง



ก้าวขึ้นอีกขั้น

ค่าเล่นที่ยุติธรรม

เกมงานวัดจะยุติธรรมเมื่อค่าเล่นเท่ากับค่าคาดหมายของเงินที่ได้คืน คือครั้งละ ☐ บาท ซุ้มที่เก็บ 10 บาทจึงได้กำไรเฉลี่ยครั้งละ 2.50 บาท เล่นมากครั้งเท่าไร ซุ้มยิ่งได้มาก



ค่าคาดหมาย = ผลรวมของ (ผลที่ได้ × ความน่าจะเป็นของผลนั้น) · ค่าคาดหมายของกำไร = 0 แปลว่าเกมยุติธรรม

ค่าคาดหมายเป็นค่าเฉลี่ยเมื่อทำหลายครั้ง อาจไม่ใช่ค่าที่เกิดขึ้นได้จริงในครั้งเดียว



แบบฝึกหัดเบื้องต้น

➜ เฉลยท้ายเล่ม หน้า 28

ข้อ (1)–(3), (5), (7) เติมคำตอบ · ข้อ (4), (6), (8) แสดงวิธีทำ

(1) ทอยลูกเต๋า 1 ลูก ได้เงินเท่ากับแต้ม (บาท) ค่าคาดหมาย = ☐ บาท

(2) โยนเหรียญ ได้หัวรับ 10 บาท ได้ก้อยไม่ได้อะไร ค่าคาดหมาย = ☐ บาท

(3) วงล้อ 5 ช่องเท่ากัน ได้เงิน 50, 10, 10, 0, 0 บาท ค่าคาดหมาย = ☐ บาท



(4) สลากการกุศล 100 ใบ ใบละ 10 บาท รางวัล 500 บาท 1 ใบ รางวัล 100 บาท 4 ใบ จงหาค่าคาดหมายของเงินรางวัลต่อใบ และคาดว่าผู้ซื้อได้หรือเสียเปรียบเท่าไร

(5) ข้อสอบ 5 ตัวเลือก ถูกได้ 1 ผิดได้ 0 เดา 30 ข้อ คาดว่าได้ ☐ คะแนน

(6) ข้อสอบ 5 ตัวเลือก ตอบถูกได้ 4 คะแนน ผิดหัก 1 คะแนน จงหาค่าคาดหมายของคะแนนเมื่อเดา 1 ข้อ

(7) หมุนวงล้อ 4 ช่องเท่ากัน ได้เงิน 40, 0, 0, 0 บาท ค่าเล่นที่ยุติธรรมคือ ☐ บาท

(8) ทอยลูกเต๋า 2 ลูก ถ้าผลรวมเป็น 7 ได้ 30 บาท ถ้าไม่ใช่ได้ 0 บาท ค่าเล่นครั้งละ 6 บาท ควรเล่นหรือไม่

เฉลยโจทย์หน้าซ้าย

โจทย์ข้อ 1 7.50 , ขาดทุน , 2.50 , $\frac{1}{4}$, 5 , $\frac{1}{4}$, 2.50 , $\frac{1}{2}$, 0 **โจทย์ข้อ 2** $\frac{1}{4}$, 5 , $-\frac{1}{2}$, ไม่ควร

ระวัง! ทอยลูกเต๋า ค่าคาดหมายของแต้มคือ 3.5 แต่ไม่มีหน้าใดเป็น 3.5 · ค่าคาดหมายคือค่าเฉลี่ยเมื่อทำหลายครั้ง ไม่ใช่คำทำนายครั้งต่อไป



แบบทดสอบทบทวน

บทที่ 3 การนำไปใช้

ชื่อ _____ ชั้น _____ เลขที่ _____

คะแนน

_____

/ 100



1 10 คะแนน

โยนเหรียญ 3 เหรียญ ถ้าได้หัวตั้งแต่ 2 เหรียญขึ้นไป ก ชนะ นอกนั้น ข ชนะ เกมนี้ยุติธรรมหรือไม่

2 10 คะแนน

ทอยลูกเต๋า 2 ลูก ถ้าแต้มสองลูกต่างกันไม่เกิน 1 ก ชนะ นอกนั้น ข ชนะ เกมนี้ยุติธรรมหรือไม่ ใครได้เปรียบ

3 10 คะแนน

ถุง ก มีลูกบอล 8 ลูก เป็นสีแดง 3 ลูก ถุง ข มีลูกบอล 11 ลูก เป็นสีแดง 4 ลูก ถ้าอยากได้สีแดง ควรหยิบจากถุงใด

4 10 คะแนน

ทอยลูกเต๋า 600 ครั้ง คาดว่าจะได้แต้มมากกว่า 4 ประมาณกี่ครั้ง

5 10 คะแนน

โยนเหรียญ 200 ครั้ง ได้หัว 104 ครั้ง จงหาความถี่สัมพัทธ์ของการได้หัวเป็นทศนิยม และบอกว่ามีเหตุให้สงสัยว่าเหรียญถ่วงหรือไม่

6 10 คะแนน

“ทอยลูกเต๋า 6 ครั้ง ต้องได้แต้ม 6 อย่างน้อย 1 ครั้งแน่นอน” ข้อความนี้จริงเสมอ จริงบางครั้ง หรือไม่จริง อธิบาย

7 10 คะแนน

(เสริม) วงล้อ 6 ช่องเท่ากัน ได้เงิน 30, 12, 12, 0, 0, 0 บาท จงหาค่าคาดหมายของเงินที่ได้



8 10 คะแนน

(เสริม) สลาก 200 ใบ ใบละ 20 บาท รางวัล 1,000 บาท 1 ใบ รางวัล 200 บาท 5 ใบ ผู้ซื้อได้เปรียบหรือเสียเปรียบ ใบละเท่าใด

9 10 คะแนน

(เสริม) ข้อสอบ 4 ตัวเลือก ตอบถูกได้ 3 คะแนน ผิดหัก 1 คะแนน ควรเดาข้อที่ไม่รู้หรือไม่

10 10 คะแนน

ซุ้มเกมงานลอยกระทง ทอยลูกเต๋า 2 ลูก ถ้าแต้มเหมือนกันได้รางวัล 40 บาท ค่าเล่นครั้งละ 10 บาท (ก) P(ได้รางวัล) (ข) มีคนเล่น 60 ครั้ง คาดว่าซุ้มแจกรางวัลกี่ครั้ง (ค) คาดว่าซุ้มได้กำไรเท่าใด

ก้าวสู่มัธยมปลาย

ความน่าจะเป็นรอบตัว

พยากรณ์อากาศ การตั้งราคาเบี้ยประกัน และการออกแบบเกม ล้วนใช้ความน่าจะเป็นกับค่าคาดหมาย ใน ม.4–6 จะได้เรียนวิธีนับที่เร็วขึ้นเมื่อผลลัพธ์มีมากจนเขียนตารางไม่ไหว



เฉลยแบบฝึกหัดเบื้องต้น

01 การทดลองสุ่ม

(1) 3 (2) 7 (3) 12 (4) 20 (5) ไม่เป็น (6) เป็น (7) 2 (8) แดง, ฟ้า (2 แบบ)

02 แจกแจงผลลัพธ์

(1) 12 (2) 8 (3) 6 (4) 16 (5) HT , TH (6) 6 ผลลัพธ์ (แผนภาพในฉบับครู) (7) ไม่เป็น (8) 16 ผลลัพธ์

03 เหตุการณ์

(1) 5 , 6 (2) 2 , 3 , 5 (3) 3 (4) 3 (5) 6 (6) ที่เป็นไปไม่ได้ , ที่แน่นอน

(7) 8 ผลลัพธ์: (1, 3), (2, 4), (3, 1), (3, 5), (4, 2), (4, 6), (5, 3), (6, 4)

04 ความน่าจะเป็น

(1) $\frac{1}{2}$ (2) $\frac{1}{6}$ (3) $\frac{1}{2}$ (4) $\frac{5}{8}$ (5) $\frac{1}{5}$ (6) $\frac{1}{2}$ (7) $\frac{11}{20}$ (8) 8 ลูก

05 ค่า 0 ถึง 1 และเหตุการณ์ตรงข้าม

(1) 1 (2) 0 (3) $\frac{5}{7}$ (4) ไม่ได้ (5) $\frac{13}{25}$ (6) $\frac{2}{3}$ (7) จริงเสมอ , ไม่จริง (8) 0.15

เฉลยแบบฝึกหัดเบื้องต้น

06 หยิบแบบใส่คืน กับ ไม่ใส่คืน

(1) 16 (2) 12 (3) 6 , $\frac{1}{3}$ (4) $\frac{2}{3}$ (5) 0 (6) $\frac{2}{3}$ (7) $\frac{4}{9}$ (8) ไม่ใส่คืน

07 ลูกเต๋าสองลูกและเหรียญสามเหรียญ

(1) $\frac{1}{12}$ (2) $\frac{1}{6}$ (3) $\frac{1}{4}$ (4) $\frac{5}{6}$ (5) $\frac{1}{8}$ (6) $\frac{3}{8}$ (7) $\frac{7}{8}$ (8) $\frac{1}{4}$

08 ใช้ความน่าจะเป็นตัดสินใจ

(1) ยุติธรรม (2) $\frac{1}{3}$, ไม่ยุติธรรม (3) วงล้อ ข (4) 50 (5) 40 (6) $\frac{5}{12}$ · คาด 10 ครั้ง · น่าสงสัย

(7) ไม่ยุติธรรม ข ได้เปรียบ (8) ไม่จริง $P(\text{ก้อย}) = \frac{1}{2}$ เท่าเดิม

09 ค่าคาดหมาย (บทเสริม)

(1) 3.50 (2) 5 (3) 14 (4) 9 บาท · เสียเปรียบใบละ 1 บาท (5) 6 (6) 0 คะแนน (7) 10

(8) ไม่ควร ค่าคาดหมาย 5 บาท น้อยกว่า 6

บันทึกความก้าวหน้าของฉัน

ทำเสร็จแล้วกา ✓ ในช่อง บทเรียนไหนยังไม่มั่นใจ กาช่องสุดท้ายไว้กลับมาทบทวน

บทเรียน	เรียนหน้าซ้าย	ทำแบบฝึก	ทำถูก	อยากทบทวน
บทที่ 1 การทดลองสุ่มและเหตุการณ์				
01 การทดลองสุ่ม	☐	☐	____ / 8	☐
02 แจกแจงผลลัพธ์	☐	☐	____ / 8	☐
03 เหตุการณ์	☐	☐	____ / 7	☐
แบบทดสอบทบทวน บทที่ 1			____ / 100	☐
บทที่ 2 ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์				
04 ความน่าจะเป็น	☐	☐	____ / 8	☐
05 ค่า 0 ถึง 1 และเหตุการณ์ตรงข้าม	☐	☐	____ / 8	☐
06 หยิบแบบใส่คืน กับ ไม่ใส่คืน	☐	☐	____ / 8	☐
07 ลูกเต๋าสองลูกและเหรียญสามเหรียญ	☐	☐	____ / 8	☐
แบบทดสอบทบทวน บทที่ 2			____ / 100	☐
บทที่ 3 การนำไปใช้				
08 ใช้ความน่าจะเป็นตัดสินใจ	☐	☐	____ / 8	☐
09 ค่าคาดหมาย (บทเสริม)	☐	☐	____ / 8	☐
แบบทดสอบทบทวน บทที่ 3			____ / 100	☐



ครบทุกช่องแล้ว เก่งมาก! ความน่าจะเป็นจะได้ใช้อีกใน ม.4–6 ทั้งหลักการนับ และสถิติกับการแจกแจงความน่าจะเป็น

บันทึก

One by One
Step by Step
เรียนทีละบท ฝึกทีละขั้น

หนังสือชุด One by One ม.3

1. อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว
2. การแยกตัวประกอบของพหุนามที่มีดีกรีสูงกว่าสอง
3. สมการกำลังสองตัวแปรเดียว
4. ความคล้าย
5. กราฟของฟังก์ชันกำลังสอง
6. สถิติ (3) แผนภาพกล่อง
7. ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร
8. วงกลม
9. พีระมิด กรวย และทรงกลม
10. **ความน่าจะเป็น**
11. อัตราส่วนตรีโกณมิติ



Math Step Studio
mathstepstudio.com