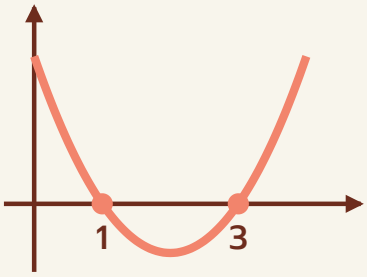
ONE BY ONE
STEP BY STEP

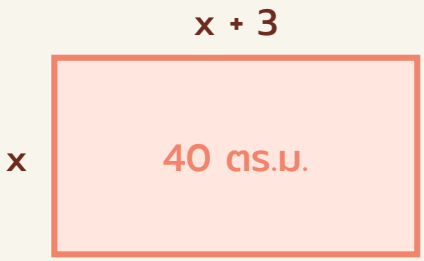


$x^2 - 4x + 3 = 0$

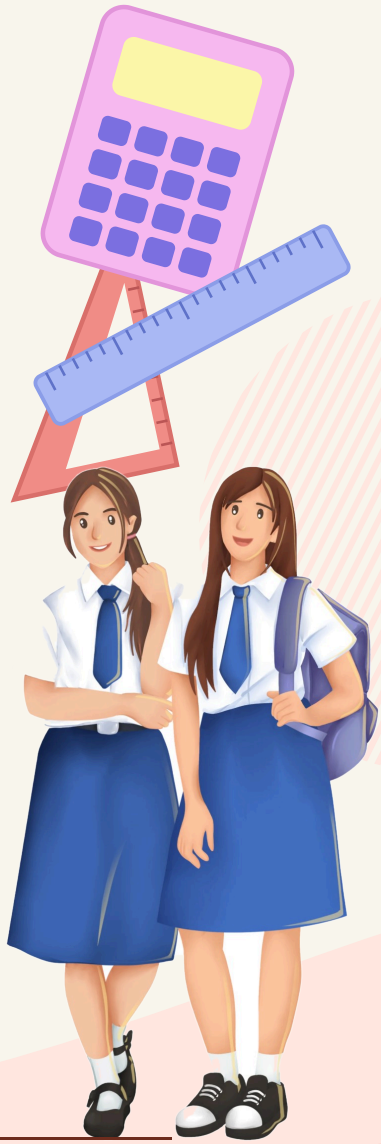
สมการกำลังสองตัวแปรเดียว

ม.3

11 บทเรียน · ฉบับนักเรียน



$x(x + 3) = 40$



ชื่อ _____ นามสกุล _____

ชั้น ม.3/ _____ เลขที่ _____

สารบัญ

บทที่ 1 รู้จักสมการกำลังสอง

01 สมการกำลังสองตัวแปรเดียว 4

02 คำตอบของสมการ และสมบัติการคูณด้วยศูนย์ 6

แบบทดสอบทบทวน บทที่ 1 8

บทที่ 2 วิธีแก้สมการกำลังสอง

03 แก้สมการโดยดึงตัวร่วมและผลต่างกำลังสอง 10

04 แก้สมการโดยแยกตัวประกอบ $ax^2 + bx + c$ 12

05 แก้สมการโดยใช้สมบัติของรากที่สอง 14

06 แก้สมการโดยทำให้เป็นกำลังสองสมบูรณ์ 16

07 สูตรแก้สมการกำลังสอง 18

08 จำนวนคำตอบของสมการกำลังสอง 20

แบบทดสอบทบทวน บทที่ 2 22

บทที่ 3 โจทย์ปัญหาสมการกำลังสอง

09 โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับจำนวน 24

10 โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับพื้นที่ 26

11 โจทย์ปัญหาประยุกต์ 28

แบบทดสอบทบทวน บทที่ 3 30

เฉลยแบบฝึกหัดเบื้องต้น 32

บันทึกความก้าวหน้าของฉัน 34

ใช้เล่มนี้อย่างไร

ทุกบทเรียนมี 2 หน้า วางโครงเหมือนกันทุกบท เรียนทีละเรื่อง ทีละขั้น

1 หน้าซ้าย · เรียนรู้ผ่านโจทย์

อ่านโจทย์ข้อ 1 และ 2 ดูกราฟหรือตาราง แล้วเติมคำตอบลงในช่องทีละขั้น เพื่อค้นพบวิธีคิดด้วยตัวเอง

2 ก้าวขั้นอีกขั้น

กล่องสีเทาท้ายหน้า บอกเหตุผลเบื้องหลัง ทางลัด หรือเรื่องที่ต่อยอดได้

3 หน้าขวา · สรุป + ฝึก

อ่านแถบสรุปด้านบน ทำแบบฝึกหัดเบื้องต้นเรียงจากง่ายไปยาก แล้วตรวจกับเฉลยโจทย์หน้าซ้ายและเฉลยท้ายเล่ม

4 แบบทดสอบทบทวน

ท้ายแต่ละบท มีคะแนนกำกับทุกข้อ ลองทำโดยไม่เปิดดูบทเรียน แล้วรวมคะแนน

สัญลักษณ์ที่ใช้ในเล่ม

$ax^2 + bx + c = 0$	รูปทั่วไปของสมการกำลังสอง ($a \neq 0$)
$\pm$	บวกหรือลบ: $3 \pm \sqrt{5}$ คือ $3 + \sqrt{5}$ หรือ $3 - \sqrt{5}$
$\sqrt{k}$	รากที่สองที่ไม่เป็นลบของ k เช่น $\sqrt{49} = 7$
$b^2 - 4ac$	บอกจำนวนคำตอบของสมการ
$\square$	ช่องว่างหรือก้อนที่มองเป็นตัวเดียว
✓	แทนค่าตรวจแล้วเป็นจริง

ทบทวนก่อนเริ่ม

- กระจาย: $(x + 2)(x - 3) = x^2 - x - 6$
- แยกตัวประกอบ (ม.2): $x^2 + 5x + 6 = (x + 2)(x + 3)$
- ผลต่างกำลังสอง: $A^2 - B^2 = (A - B)(A + B)$
- กำลังสองสมบูรณ์: $(x + p)^2 = x^2 + 2px + p^2$
- รากที่สอง: $\sqrt{12} = \sqrt{4} \times \sqrt{3} = 2\sqrt{3}$
- แก้สมการเชิงเส้น: $2x + 1 = 0$ ได้ $x = -1/2$



เล่มนี้ไม่ต้องรีบ ทำทีละบทเรียน ถ้าติดตรงไหน ย้อนไปดูโจทย์ข้อ 1–2 ของบทเรียนนั้นอีกรอบ

01 สมการกำลังสองตัวแปรเดียว

สมการที่มีตัวแปรเดียว และ**เลขชี้กำลังสูงสุดของตัวแปรเป็น 2** เรียกว่า**สมการกำลังสองตัวแปรเดียว** เช่น $x^2 - 5x + 6 = 0$ (ต่อยอดจากการแยกตัวประกอบพหุนามดีกรีสองใน ม.2)

โจทย์ข้อ 1 จัด $(x + 2)(x - 3) = 4$ ให้อยู่ในรูปทั่วไป

1. กระจายด้านซ้าย $(x + 2)(x - 3)$ ได้ ☐
2. ย้าย 4 ไปด้านซ้าย ให้ด้านขวาเป็น 0 ได้ ☐
3. เทียบกับรูปทั่วไป $ax^2 + bx + c = 0$ แล้วเติมค่า a, b, c ลงในตาราง

อ่านค่า a b c

	a	b	c
ค่า			

โจทย์ข้อ 2 สมการใดเป็นสมการกำลังสอง

1. จัดรูปก่อนดูกำลัง เช่น (ง) ต้องกระจาย $(x + 1)^2$ ก่อน แล้วรวมพจน์ที่คล้ายกัน
2. สมการกำลังสองต้องมีกำลังสูงสุดของ x เท่ากับ ☐ พอดี
3. เติมตาราง: (ค) มีพจน์ x^3 (ง) พจน์ x^2 หักล้างกันหมด

ตรวจกำลังสูงสุด

	สมการ	กำลังสูงสุดของ x	เป็น/ไม่เป็น
(ก)	$3x^2 - 2x = 0$		
(ข)	$2x + 5 = 0$		
(ค)	$x^2(x - 1) = 4$		
(ง)	$(x + 1)^2 = x^2 + 3$		

ก้าวขึ้นอีกขั้น

ทำไมต้อง $a \neq 0$

ถ้า $a = 0$ เช่น $0x^2 + 3x - 6 = 0$ จะเหลือ $3x - 6 = 0$ เป็นสมการเชิงเส้น (ม.1) ได้ $x =$ ☐ คำตอบเดียว · คุยกันหน่อย: b หรือ c เป็น 0 ได้ไหม? ได้ เช่น $x^2 - 9 = 0$ มี $b =$ ☐ ยังเป็นสมการกำลังสอง



สมการกำลังสองตัวแปรเดียว มี**รูปทั่วไป** $ax^2+bx+c=0$ เมื่อ x เป็นตัวแปร a, b, c เป็นค่าคงตัว และ $a \neq 0$

ก่อนอ่านค่า a, b, c ต้อง**กระจาย** ย้ายทุกพจน์ไปข้างเดียวให้อีกข้างเป็น 0 แล้วเรียงกำลังจากมากไปน้อย

$2x^2-3x+5=0$

a	b	c
2	−3	5

แบบฝึกหัดเบื้องต้น

➜ เฉลยท้ายเล่ม หน้า 32

ข้อ (1)–(5) จัดเป็นรูปทั่วไปแล้วเติม a, b, c · ข้อ (6)–(7) เป็นสมการกำลังสองหรือไม่ · ข้อ (8) แสดงวิธีทำ

(1) $x^2=5x-6$

$a=$ ☐ , $b=$ ☐ , $c=$ ☐

(2) $3x^2=12$

$a=$ ☐ , $b=$ ☐ , $c=$ ☐

(3) $x(x+4)=21$

$a=$ ☐ , $b=$ ☐ , $c=$ ☐

(4) $(2x-1)(x+3)=0$

$a=$ ☐ , $b=$ ☐ , $c=$ ☐

(5) $(x-1)^2=2x$

$a=$ ☐ , $b=$ ☐ , $c=$ ☐

(6) $(x+2)^2=x^2+8$ เป็นสมการกำลังสองหรือไม่

☐

(7) $x(x-3)=2x^2$ เป็นสมการกำลังสองหรือไม่

☐

(8) หาค่า k ที่ทำให้ $(k-2)x^2+3x-1=0$ **ไม่**เป็นสมการกำลังสอง

เฉลยโจทย์หน้าซ้าย

โจทย์ข้อ 1 x^2-x-6 , $x^2-x-10=0$, 1 , −1 , −10

โจทย์ข้อ 2 2 , 2 , เป็น , 1 , ไม่เป็น , 3 , ไม่เป็น , 1 , ไม่เป็น

ระวัง! ย้ายข้างก่อนอ่านค่าเสมอ: $2x^2=7x+4$ ย้าย $7x$ ไปด้านซ้ายกลายเป็น $-7x$ จึงได้ $b=-7$ ไม่ใช่ 7



02 คำตอบของสมการ และสมบัติการคูณด้วยศูนย์

คำตอบ (หรือ**ราก**) ของสมการ คือค่าของตัวแปรที่แทนแล้วทำให้สมการเป็นจริง สมการกำลังสองมีคำตอบได้ไม่เกิน 2 ค่า

โจทย์ข้อ 1 ค่าใดใน 1, 2, 3, 4 เป็นคำตอบของ $x^2 - 5x + 6 = 0$

1. แทน x = 1, 2, 3, 4 ในด้านซ้าย แล้วเติมตาราง
2. ค่าที่ทำให้ด้านซ้ายเป็น 0 คือ x = ☐ และ x = ☐ จึงเป็นคำตอบของสมการ
3. คุยกันหน่อย: แทน $x = 5$ ได้ ☐ $\neq 0$ จึงไม่ใช่คำตอบ

ตารางแทนค่า

x	1	2	3	4
$x^2 - 5x + 6$	☐	☐	☐	☐

โจทย์ข้อ 2 ถ้า A × B = 0 แล้ว...

1. เติมตารางผลคูณ แล้วสังเกตแถวที่ผลคูณเป็น 0
2. ผลคูณเป็น 0 เมื่อมีตัวคูณ**ตัวใดตัวหนึ่ง**เป็น ☐
3. $(x - 4)(x + 1) = 0$: ให้ $x - 4 = 0$ ได้ x = ☐ หรือ $x + 1 = 0$ ได้ x = ☐

ผลคูณที่ได้ 0

A	B	$A \times B$
0	7	☐
−4	0	☐
3	5	☐
0	0	☐
−2	−6	☐

ก้าวขึ้นอีกขั้น

กับดัก! (x – 2)(x – 3) = 6

ภูผาตอบว่า $x - 2 = 6$ หรือ $x - 3 = 6$ ได้ $x = 8$ หรือ 9 · ตรวจ $x = 8$: $(6)(5)$ = ☐ $\neq 6$ ผิด! สมบัตินี้ใช้ได้เมื่ออีกข้างเป็น**ศูนย์**เท่านั้น ต้องกระจายแล้วย้ายข้าง: $x^2 - 5x = 0$ ได้ x = ☐ หรือ ☐



คำตอบของสมการ คือค่าของตัวแปรที่แทนแล้วสมการเป็นจริง (แทนค่าตรวจได้เสมอ)

สมบัติการคูณด้วยศูนย์: ถ้า $A \times B = 0$ แล้ว $A = 0$ หรือ $B = 0$ — ใช้ได้เมื่ออีกข้างเป็น 0 เท่านั้น



แบบฝึกหัดเบื้องต้น

➜ เฉลยท้ายเล่ม หน้า 32

ข้อ (1)–(3) เป็นคำตอบหรือไม่ · ข้อ (4)–(6) แก้สมการ · ข้อ (7)–(8) แสดงวิธีทำ

(1) $x = 3$ เป็นคำตอบของ $x^2 - 2x - 3 = 0$ หรือไม่

(2) $x = -2$ เป็นคำตอบของ $x^2 + x - 6 = 0$ หรือไม่

(3) $x = -4$ เป็นคำตอบของ $x^2 + 3x - 4 = 0$ หรือไม่

(4) $(x - 5)(x + 2) = 0$ ได้ $x =$ ☐ หรือ $x =$ ☐

(5) $x(x - 7) = 0$ ได้ $x =$ ☐ หรือ $x =$ ☐

(6) $(2x - 1)(x + 3) = 0$ ได้ $x =$ ☐ หรือ $x =$ ☐

(7) จงเขียนสมการกำลังสองในรูปทั่วไปที่มีคำตอบเป็น 3 และ -1

(8) ถ้า $x = 2$ เป็นคำตอบของ $x^2 + kx - 10 = 0$ จงหา k และคำตอบอีกค่าหนึ่ง

เฉลยโจทย์หน้าซ้าย

โจทย์ข้อ 1 2 , 3 , 6 , 2 , 0 , 0 , 2 โจทย์ข้อ 2 0 , 4 , −1 , 0 , 0 , 15 , 0 , 12

ระวัง! $3x(x + 4) = 0$ มีคำตอบ $x = 0$ หรือ $x = -4$ อย่าลืม $x = 0$ · ตัวคูณ 3 ไม่ให้คำตอบ เพราะ $3 \neq 0$



แบบทดสอบทบทวน

บทที่ 1 รู้จักสมการกำลังสอง

ชื่อ _____ ชั้น _____ เลขที่ _____

คะแนน

_____

/ 100



1 10 คะแนน

จงเขียน $(x-4)(x+1)=2x$ ในรูปทั่วไป แล้วบอกค่า a, b, c

2 10 คะแนน

สมการใดเป็นสมการกำลังสองตัวแปรเดียว (ก) $x^2+3=x(x+2)$ (ข) $2x(x-1)=5$ (ค) $x^3=x^2+1$

3 10 คะแนน

หาค่า k ที่ทำให้ $(2k-6)x^2+x+4=0$ เป็นสมการกำลังสอง

4 10 คะแนน

จำนวนใดใน $-3, 1, 2, 5$ เป็นคำตอบของ $x^2-3x-10=0$

5 10 คะแนน

จงแก้สมการ $(x+6)(2x-5)=0$

6 10 คะแนน

จงแก้สมการ $5x(x-9)=0$

7 10 คะแนน

จงเขียนสมการกำลังสองในรูปทั่วไปที่มีคำตอบเป็น -2 และ 4

8 10 คะแนน

ถ้า $x=-3$ เป็นคำตอบของ $x^2+kx-12=0$ จงหา k และคำตอบอีกค่าหนึ่ง

9 10 คะแนน

น้ำฝนแก้ $(x-1)(x+2)=4$ โดยเขียนว่า $x-1=4$ หรือ $x+2=4$ จึงได้ $x=5$ หรือ $x=2$ ถูกหรือไม่ จงแก้ให้ถูก

10 10 คะแนน

แปลงผักรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ากว้าง x เมตร ยาวกว่ากว้าง 4 เมตร มีพื้นที่ 45 ตารางเมตร (ก) เขียนสมการในรูปทั่วไป (ข) $x=5$ เป็นคำตอบหรือไม่ (ค) $x=-9$ ทำให้สมการเป็นจริง ใช้เป็นความกว้างได้ไหม

ก้าวต่อไปสู่บทถัดไป

ต่อไป: หาคำตอบโดยไม่ต้องเดา

การแทนค่าทีละตัวช้าและอาจพลาดคำตอบ บทที่ 2 มีวิธีแก้สมการกำลังสอง 4 วิธี: แยกตัวประกอบ ถอดรากที่สอง ทำเป็นกำลังสองสมบูรณ์ และใช้สูตร



03 แก้สมการโดยดึงตัวร่วมและผลต่างกำลังสอง

ถ้าเขียนด้านซ้ายเป็น**ผลคูณ**ได้ และด้านขวาเป็น 0 ก็ใช้สมบัติการคูณด้วยศูนย์จากบทเรียน 02 ได้ทันที

โจทย์ข้อ 1 $x^2 - 5x = 0$

1. ทั้งสองพจน์มี ☐ เป็นตัวประกอบร่วม ดึงออกมาได้ $x(\square) = 0$
   โดย ☐ คือ ☐
2. ให้แต่ละตัวประกอบเป็น 0 ได้ $x =$ ☐ หรือ $x =$ ☐
3. ตรวจ: แทนทั้งสองค่าในสมการเดิมได้ $0 = 0$ ✓

ผังแก้สมการ

ทำให้ด้านขวาเป็น 0
↓
แยกตัวประกอบด้านซ้าย
↓
ให้แต่ละตัวประกอบเป็น 0
↓
แก้สมการเชิงเส้น ได้คำตอบ

โจทย์ข้อ 2 $x^2 - 25 = 0$

1. เติมตารางกำลังสอง จะเห็นว่า $25 = B^2$ เมื่อ $B =$ ☐ สมการจึงอยู่ในรูป $A^2 - B^2 = 0$
2. ใช้ $A^2 - B^2 = (A - B)(A + B)$ แยกได้ ☐ $= 0$
3. ได้ $x =$ ☐ หรือ $x =$ ☐

กำลังสองที่ควรจำ

n	4	5	6	7	8	9
n^2	☐	☐	☐	☐	☐	☐

ก้าวขึ้นอีกขั้น

กับดัก! หารด้วย x

ต้นกล้าแก้ $x^2 = 5x$ โดยหารทั้งสองข้างด้วย x ได้ $x = 5$ คำตอบเดียว · คำตอบที่หายไปคือ $x =$ ☐ เพราะหารด้วย x ได้เฉพาะเมื่อ $x \neq 0$ · วิธีที่ถูก: ย้ายข้างเป็น $x^2 - 5x = 0$ แล้วดึงตัวร่วม



① ย้ายข้างให้ด้านหนึ่งเป็น 0 ② แยกตัวประกอบ: **ดึงตัวร่วม** $ax^2+bx=x(ax+b)$ หรือ**ผลต่างกำลังสอง** $A^2-B^2=(A-B)(A+B)$ ③ ให้แต่ละตัวประกอบเป็น 0

ถ้าทุกพจน์มีตัวประกอบร่วมเป็นค่าคงตัว หารออกก่อนได้ เช่น $3x^2-12x=0$ หารด้วย 3



แบบฝึกหัดเบื้องต้น

➜ เฉลยท้ายเล่ม หน้า 32

จงแก้สมการโดยการแยกตัวประกอบ (แสดงวิธีทำ)

(1) $x^2+7x=0$

(2) $3x^2-12x=0$

(3) $x^2-49=0$

(4) $4x^2-9=0$

(5) $x^2=6x$

(6) $5x^2=45$

(7) $9x^2-16=0$

(8) $x(x+3)=5x$

เฉลยโจทย์หน้าซ้าย

โจทย์ข้อ 1 x , $x-5$, 0 , 5

โจทย์ข้อ 2 5 , $(x-5)(x+5)$, 5 , -5 , 16 , 25 , 36 , 49 , 64 , 81

ระวัง! $x^2+25=0$ แยกตัวประกอบแบบนี้ไม่ได้ (เป็นผลบวก ไม่ใช่ผลต่าง) และไม่มีจำนวนจริงใดยกกำลังสองแล้วได้ -25 ดูบทเรียน 05



04 แก้สมการโดยแยกตัวประกอบ $ax^2 + bx + c$

พหุนาม $ax^2 + bx + c$ ที่แยกตัวประกอบได้ (ม.2) เขียนเป็นผลคูณของสองวงเล็บ แล้วใช้สมบัติการคูณด้วยศูนย์

โจทย์ข้อ 1 $x^2 + x - 12 = 0$

1. หาสองจำนวนที่**คูณกัน**ได้ ☐ และ**บวกกัน**ได้ ☐
2. สองจำนวนนั้นคือหัวตารางที่ว่างอยู่ เติมกรอบคูณให้ครบ (ช่องกลางสองช่องรวมกันต้องได้ x)
3. เขียนเป็นผลคูณของสองวงเล็บ แล้วแก้สมการ ได้ $x =$ ☐ หรือ $x =$ ☐

กรอบคูณ

×	x	☐
x	x^2	☐
☐	☐	-12

โจทย์ข้อ 2 $2x^2 - 5x - 3 = 0$

1. $2x^2$ แยกได้เป็น $2x$ กับ x · -3 ลองจับคู่ 1 กับ -3 หรือ -1 กับ 3
2. เติมกรอบคูณ แล้วตรวจว่าช่องกลางรวมกันได้ ☐
3. เขียนเป็นผลคูณ แล้วแก้สมการ ได้ $x =$ ☐ หรือ $x =$ ☐

กรอบคูณ

×	$2x$	☐
x	$2x^2$	☐
☐	☐	-3

ก้าวขึ้นอีกขั้น

ย้ายข้างให้อีกข้างเป็น 0 ก่อนเสมอ

$x^2 + 2x = 15$ อย่าเพิ่งแยกตัวประกอบ! จัดรูปเป็น $x^2 + 2x -$ ☐ $= 0$ ก่อน แล้วแยกตัวประกอบ ได้ $x =$ ☐ หรือ $x =$ ☐



$x^2 + bx + c$: หาสองจำนวนที่คูณกันได้ c บวกกันได้ b เช่น $x^2 + 5x + 6 = (x + 2)(x + 3)$

$ax^2 + bx + c$ เมื่อ $a \neq 1$: ใช้**กรอบคูณ** ลองจับคู่ตัวประกอบของ ax^2 และ c จนช่องกลางรวมกันได้ bx

×	x	+2
x	x^2	$2x$
+3	$3x$	6

แบบฝึกหัดเบื้องต้น

➜ เฉลยท้ายเล่ม หน้า 32

จงแก้สมการโดยการแยกตัวประกอบ (แสดงวิธีทำ)

(1) $x^2 + 7x + 10 = 0$

(2) $x^2 - 2x - 15 = 0$

(3) $x^2 - 9x + 20 = 0$

(4) $x^2 + 4x = 21$

(5) $3x^2 + 7x + 2 = 0$

(6) $2x^2 - x - 6 = 0$

(7) $6x^2 - 7x + 2 = 0$

(8) $x^2 - 6x + 9 = 0$

เฉลยโจทย์หน้าซ้าย

โจทย์ข้อ 1 -12 , 1 , -4 , 3 , $+4$, $4x$, -3 , $-3x$

โจทย์ข้อ 2 $-5x$, $-\frac{1}{2}$, 3 , $+1$, x , -3 , $-6x$

ระวัง! ผลคูณ c เป็นลบ → สองจำนวนมีเครื่องหมายต่างกัน · c เป็นบวกแต่ b เป็นลบ → ลบทั้งคู่ · แยกเสร็จแล้วกระจายกลับตรวจพจน์กลางทุกครั้ง



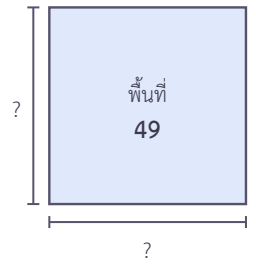
05 แก้สมการโดยใช้สมบัติของรากที่สอง

สมการที่ไม่มีพจน์ x เดี่ยว ๆ เช่น $x^2 = 49$ หรือ $(x-3)^2 = 16$ ถอดรากที่สองได้ทันที ไม่ต้องแยกตัวประกอบ

โจทย์ข้อ 1 $x^2 = 49$

1. รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสพื้นที่ 49 ตารางหน่วย ยาวด้านละ ☐ หน่วย
2. แต่ $(-7)^2$ = ☐ ด้วย จำนวนที่ยกกำลังสองแล้วได้ 49 จึงมี 2 จำนวน
3. ได้ x = ☐ หรือ x = ☐ (ความยาวด้านใช้เฉพาะค่าบวก แต่สมการมีสองคำตอบ)

จัตุรัสพื้นที่ 49



โจทย์ข้อ 2 $(x-3)^2 = 16$

1. มอง $x-3$ เป็นก้อนเดียว (☐ ในภาพ) ☐ ยกกำลังสองได้ 16
2. ☐ = ☐ หรือ ☐ = ☐
3. แทนกลับเป็น $x-3$ ทีละค่า แล้วแก้สมการ ได้ x = ☐ หรือ x = ☐

มองเป็นก้อนเดียว



ก้าวขึ้นอีกขั้น

ติดลบ และไม่ลงตัว

- $x^2 = -4$: ไม่มีจำนวนจริงใดยกกำลังสองแล้วติดลบ จึง**ไม่มีคำตอบที่เป็นจำนวนจริง**
- $(x-3)^2 = 5$: $x - 3 = \pm\sqrt{5}$ ได้ x = ☐ หรือ x = ☐ คำตอบไม่จำเป็นต้องเป็นจำนวนเต็ม



ถ้า $x^2 = k : k > 0 \rightarrow x = \pm\sqrt{k}$ (2 คำตอบ) · $k = 0 \rightarrow x = 0$ · $k < 0 \rightarrow$ ไม่มีคำตอบที่เป็นจำนวนจริง

$(x+p)^2 = k$ เมื่อ $k \geq 0 \rightarrow x + p = \pm\sqrt{k} \rightarrow x = -p \pm \sqrt{k}$ · เขียนรากให้อยู่ในรูปอย่างง่าย เช่น $\sqrt{12} = 2\sqrt{3}$



แบบฝึกหัดเบื้องต้น

➜ เฉลยท้ายเล่ม หน้า 32

จงแก้สมการโดยใช้สมบัติของรากที่สอง (แสดงวิธีทำ)

(1) $x^2 = 81$

(2) $x^2 - 64 = 0$

(3) $4x^2 = 25$

(4) $x^2 = 12$

(5) $(x+2)^2 = 9$

(6) $(x-1)^2 = 7$

(7) $(2x-1)^2 = 25$

(8) $x^2 + 9 = 0$

เฉลยโจทย์หน้าซ้าย

โจทย์ข้อ 1 7 , 49 , 7 , -7 โจทย์ข้อ 2 4 , -4 , 7 , -1

ระวัง! $\sqrt{49} = 7$ (รากที่สองที่เป็นบวก) แต่สมการ $x^2 = 49$ มีคำตอบ 2 ค่า ถอดรากทั้งสองข้างของสมการต้องเขียน $\pm$ ทุกครั้ง



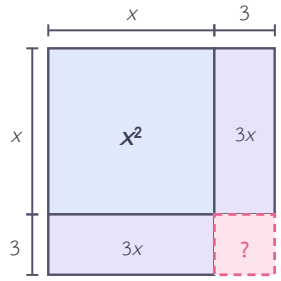
06 แก้สมการโดยทำให้เป็นกำลังสองสมบูรณ์

สมการที่แยกตัวประกอบไม่ได้ง่าย ๆ ให้**เติม**ด้านซ้ายจนเป็นกำลังสองสมบูรณ์ $(x+p)^2$ แล้วถอดรากที่สองแบบบทเรียน 05

โจทย์ข้อ 1 $x^2+6x+5=0$

1. ย้ายค่าคงตัวไปด้านขวา: $x^2+6x=$ ☐
2. ในภาพ แผ่น x^2 กับแถบ $3x$ สองแถบ ($6x$ แบ่งครึ่ง) ยังขาดมุมอีกหนึ่งแผ่นจึงเป็นจัตุรัส มุมนั้นมีพื้นที่ ☐
3. เติมพื้นที่มุมนั้น**ทั้งสองข้าง** ด้านซ้ายกลายเป็น $(x+3)^2$ ด้านขวาเป็น ☐
4. ถอดรากที่สองแล้วแก้สมการ ได้ $x=$ ☐ หรือ $x=$ ☐

เติมมุมให้เป็นจัตุรัส



โจทย์ข้อ 2 $x^2-4x-1=0$

1. ย้ายข้าง: $x^2-4x=$ ☐
2. เติมตารางแถวสุดท้าย แล้วเติมจำนวนในช่อง “ยกกำลังสอง” ทั้งสองข้าง
3. ด้านซ้ายเป็นกำลังสองสมบูรณ์ ด้านขวาได้ ☐
4. ถอดรากที่สอง (อย่าลืม $\pm$) ได้ $x=$ ☐ หรือ $x=$ ☐

เติมอะไรให้เป็นกำลังสองสมบูรณ์

x^2+bx	ครึ่งหนึ่งของ b	ยกกำลังสอง	เขียนเป็น
x^2+10x	5	25	$(x+5)^2$
x^2-8x	☐	☐	☐
x^2-4x	☐	☐	☐

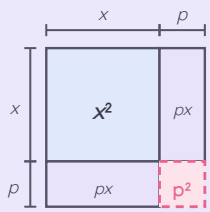
ก้าวขึ้นอีกขั้น

ถ้า a ≠ 1 หารด้วย a ก่อน

$2x^2+8x-10=0$ หารทั้งสองข้างด้วย 2 ได้ x^2+4x- ☐ $=0$ ย้ายข้างแล้วเติม ☐ ทั้งสองข้าง ได้ $(x+2)^2=9$ จึงได้ $x=$ ☐ หรือ $x=$ ☐



① ทำให้ $a = 1$ (หารด้วย a) ② ย้ายค่าคงตัวไปด้านขวา ③ เติม $(b/2)^2$ **ทั้งสองข้าง** ④ เขียนด้านซ้ายเป็น $(x + b/2)^2$ ⑤ ถอดรากที่สอง ($\pm$) แล้วแก้สมการ



แบบฝึกหัดเบื้องต้น

➜ เฉลยท้ายเล่ม หน้า 32

ข้อ (1)–(2) เติมให้เป็นกำลังสองสมบูรณ์ · ข้อ (3)–(8) แก้สมการโดยทำให้เป็นกำลังสองสมบูรณ์

(1) $x^2 + 12x + \square = (x + \square)^2$

(2) $x^2 - 10x + \square = (x - \square)^2$

(3) $x^2 + 4x - 12 = 0$

(4) $x^2 - 8x + 15 = 0$

(5) $x^2 + 2x - 4 = 0$

(6) $x^2 - 6x + 2 = 0$

(7) $x^2 - 3x - 4 = 0$

(8) $2x^2 - 8x + 3 = 0$

เฉลยโจทย์หน้าซ้าย

โจทย์ข้อ 1 -5 , 9 , 4 , -1 , -5 โจทย์ข้อ 2 1 , 5 , $2 + \sqrt{5}$, $2 - \sqrt{5}$, -4 , 16 , $(x-4)^2$, -2 , 4 , $(x-2)^2$

ระวัง! เติม $(b/2)^2$ ด้านซ้ายแล้วต้องเติมด้านขวาด้วยเสมอ สมการจึงยังเป็นจริง · ครึ่งหนึ่งของ b ที่เป็นลบ ยกกำลังสองแล้วเป็นบวก



07 สูตรแก้สมการกำลังสอง

ทำ $ax^2 + bx + c = 0$ ให้เป็นกำลังสองสมบูรณ์แบบบทเรียน 06 ครั้งเดียวด้วยตัวอักษร จะได้**สูตร**ที่ใช้ได้กับทุกสมการ

โจทย์ข้อ 1 ที่มาของสูตร แล้วใช้กับ $x^2 + 3x - 1 = 0$

1 หารด้วย a ย้ายข้าง แล้วเติม $(\frac{b}{2a})^2$ ทั้งสองข้าง จัดรูปได้

$(x + \frac{b}{2a})^2 = \frac{b^2 - 4ac}{\square}$

2 ถอดรากที่สอง ย้ายข้าง ได้ $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{\square}$

3 ใช้กับ $x^2 + 3x - 1 = 0$: เติมตาราง แล้วแทนในสูตร ได้ $x =$ $\square$

a, b, c → b² - 4ac

a	b	c	$b^2 - 4ac$

โจทย์ข้อ 2 $2x^2 - 4x + 1 = 0$

1 อ่านค่า a, b, c แล้วหา $b^2 - 4ac$ เติมตาราง

2 เขียนรากให้อยู่ในรูปอย่างง่าย: $\sqrt{8} =$ $\square$

3 แทนในสูตรแล้วตัดทอนเศษส่วน ได้ $x =$ $\square$

a, b, c → b² - 4ac

a	b	c	$b^2 - 4ac$

ก้าวขึ้นอีกขั้น

เลือกวิธีให้เหมาะ

ดูสมการก่อนลงมือ: ไม่มีพจน์ x → ถอดรากที่สอง (05) · ไม่มีค่าคงตัว → ดึงตัวร่วม (03) · แยกตัวประกอบง่าย → แยกตัวประกอบ (04) · นอกนั้น → สูตร (ใช้ได้ทุกสมการ) เช่น $x^2 - 7x = 0$ ใช้วิธี $\square$



สูตร สมการ $ax^2+bx+c=0$ เมื่อ $a\neq 0$ มีคำตอบ $x=\dfrac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

① จัดเป็นรูปทั่วไป ② อ่าน a, b, c (ระวังเครื่องหมาย) ③ หา b^2-4ac ④ แทนในสูตร ทำรากให้อยู่ในรูปอย่างง่าย



03
04
05
06
07
08

แบบฝึกหัดเบื้องต้น

➜ เฉลยท้ายเล่ม หน้า 32

จงแก้สมการโดยใช้สูตร (แสดงวิธีทำ)

(1) $x^2+5x+3=0$

(2) $x^2-2x-2=0$

(3) $2x^2+3x-2=0$

(4) $x^2+4x+1=0$

(5) $3x^2-2x-2=0$

(6) $2x^2-6x+3=0$

(7) $x^2=4x+6$

(8) $4x^2+4x-1=0$

เฉลยโจทย์หน้าซ้าย

โจทย์ข้อ 1 4a^2 , 2a , $\dfrac{-3\pm\sqrt{13}}{2}$, 1 , 3 , −1 , 13 โจทย์ข้อ 2 $2\sqrt{2}$, $\dfrac{2\pm\sqrt{2}}{2}$, 2 , −4 , 1 , 8

ตรวจสูตรด้วยกรณีง่าย

ถ้า $b=0$ สูตรควรให้คำตอบเดียวกับบทเรียน 05 · ลองกับ $x^2-9=0$: $b^2-4ac=36$

สูตรให้ $x=\dfrac{0\pm\sqrt{36}}{2}=$ ☐ ตรงกับ $x^2=9$ ✓



08 จำนวนคำตอบของสมการกำลังสอง

ในสูตร $x = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ ค่าใต้เครื่องหมายราก $b^2 - 4ac$ บอกได้ว่าสมการมีกี่คำตอบ โดยยังไม่ต้องแก้สมการ

โจทย์ข้อ 1 สามสมการที่ต่างกันแค่ค่าคงตัว

1. หาค่า $b^2 - 4ac$ ของแต่ละสมการ แล้วเติมตาราง
2. ถ้า $b^2 - 4ac$ เป็นบวก เครื่องหมาย $\pm$ ให้ [ ] ค่าที่ต่างกัน
3. ถ้าเป็น 0: $\pm\sqrt{0}$ ให้ค่าเดียว · ถ้าติดลบ: หารากที่สองของจำนวนลบในระบบจำนวนจริง [ ]

$b^2 - 4ac$ กับจำนวนคำตอบ

สมการ	$b^2 - 4ac$	จำนวนคำตอบ
$x^2 - 4x + 3 = 0$		
$x^2 - 4x + 4 = 0$		
$x^2 - 4x + 5 = 0$		

โจทย์ข้อ 2 หาค่า k ที่ทำให้ $x^2 + kx + 9 = 0$ มีคำตอบเดียว

1. มีคำตอบเดียวเมื่อ $b^2 - 4ac = 0$: $k^2 -$ [ ] $= 0$
2. ได้ $k =$ [ ] หรือ $k =$ [ ] (ลองค่า k อื่นในตาราง ได้ไม่เป็น 0)
3. ตรวจ $k = 6$: แก้ $x^2 + 6x + 9 = 0$ ได้คำตอบเดียวคือ $x =$ [ ]

ลองค่า k

k	$b^2 - 4ac$
4	
6	
8	

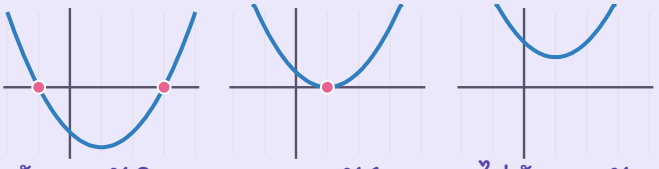
ก้าวขึ้นอีกขั้น

$b^2 - 4ac$ กับกราฟ

ดูแค่ค่า $b^2 - 4ac$ ก็รู้จำนวนคำตอบ ไม่ต้องแก้สมการ · ในเล่มพาราโบลาจะเห็นว่ากราฟ $y = ax^2 + bx + c$ ตัดแกน X ที่คำตอบของสมการ เช่น $x^2 + 2x + 3 = 0$ มี $b^2 - 4ac = -8$ กราฟของ $y = x^2 + 2x + 3$ จึงตัดแกน X [ ] จุด



$b^2-4ac>0$ → มี **2 คำตอบ** · $b^2-4ac=0$ → มี **1 คำตอบ** (สองคำตอบที่เท่ากัน) · $b^2-4ac<0$ → **ไม่มีคำตอบที่เป็นจำนวนจริง**



ตัดแกน X 2 จุด | แตะแกน X 1 จุด | ไม่ตัดแกน X

แบบฝึกหัดเบื้องต้น

➜ เฉลยท้ายเล่ม หน้า 32

ข้อ (1)–(5) หา b^2-4ac และจำนวนคำตอบ · ข้อ (6)–(8) แสดงวิธีทำ

(1) $x^2+5x+2=0$

b^2-4ac = ☐

☐

(2) $x^2-6x+9=0$

b^2-4ac = ☐

☐

(3) $2x^2+x+3=0$

b^2-4ac = ☐

☐

(4) $3x^2-4x-1=0$

b^2-4ac = ☐

☐

(5) $4x^2+4x+1=0$

b^2-4ac = ☐

☐

(6) หาค่า k ที่ทำให้ $x^2-8x+k=0$ มีคำตอบเดียว แล้วหาคำตอบนั้น

(7) หาค่า k $(k\neq 0)$ ที่ทำให้ $kx^2+4x+1=0$ มีคำตอบเดียว แล้วหาคำตอบนั้น

(8) หาค่า k ที่ทำให้ $x^2+6x+k=0$ ไม่มีคำตอบที่เป็นจำนวนจริง

เฉลยโจทย์หน้าซ้าย

โจทย์ข้อ 1 2 , ไม่ได้ , 4 , มี 2 คำตอบ , 0 , มี 1 คำตอบ , −4 , ไม่มีคำตอบที่เป็นจำนวนจริง

โจทย์ข้อ 2 36 , 6 , -6 , −3 , −20 , 0 , 28

ระวัง! $b^2-4ac<0$ ไม่ได้แปลว่าคำตอบเป็น 0 แต่แปลว่า**ไม่มีคำตอบที่เป็นจำนวนจริง** · ต้องจัดเป็นรูปทั่วไปก่อนอ่าน b และ c



แบบทดสอบทบทวน

บทที่ 2 วิธีแก้สมการกำลังสอง

ชื่อ _____ ชั้น _____ เลขที่ _____

คะแนน

_____

/ 100



1 จงแก้สมการ $2x^2 + 10x = 0$

10 คะแนน

2 จงแก้สมการ $9x^2 - 4 = 0$

10 คะแนน

3 จงแก้สมการ $x^2 - x - 20 = 0$

10 คะแนน

4 จงแก้สมการ $3x^2 - 10x - 8 = 0$

10 คะแนน

5 จงแก้สมการ $(x + 4)^2 = 25$

10 คะแนน

6 10 คะแนน

จงแก้สมการ $x^2 + 8x + 11 = 0$ โดยทำให้เป็นกำลังสองสมบูรณ์

7 10 คะแนน

จงแก้สมการ $2x^2 + 2x - 1 = 0$ โดยใช้สูตร

8 10 คะแนน

ภูผาใช้สูตรแก้ $x^2 - 2x - 3 = 0$ เขียนว่า $b^2 - 4ac = (-2)^2 - 4(1)(-3) = 4 - 12 = -8$ จึงตอบว่าไม่มีคำตอบ ผิดตรงไหน จงแก้ให้ถูก

9 10 คะแนน

สมการต่อไปนี้มีกี่คำตอบ (ก) $x^2 + 3x + 5 = 0$ (ข) $4x^2 - 12x + 9 = 0$ (ค) $2x^2 - 3x - 4 = 0$

10 10 คะแนน

หาค่า k ที่ทำให้ $x^2 - kx + 16 = 0$ มีคำตอบเดียว แล้วแก้สมการในแต่ละกรณี

ก้าวขั้นอีกขั้น

ต่อไป: ใช้สมการกำลังสองแก้ปัญหา

พื้นที่ ความเร็วของวัตถุที่ตก และราคาสินค้า มักให้สมการกำลังสอง บทที่ 3 ใช้ทุกวิธีในบทนี้ แล้วเพิ่มขั้น**ตัดคำตอบที่ไม่สมเหตุสมผล**



09 โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับจำนวน

โจทย์ปัญหาใช้ผังเดียวกับระบบสมการ: **กำหนดตัวแปร → เขียนสมการ → แก้ → ตรวจกับโจทย์ → ตอบเป็นประโยค** แต่สมการกำลังสองมักได้สองคำตอบ จึงต้อง**ตรวจว่าคำตอบใดใช้ได้**

โจทย์ข้อ 1 จำนวนเต็มบวกสองจำนวนเรียงกัน มีผลคูณเป็น 132

1 ให้จำนวนน้อยเป็น x จำนวนถัดไปคือ ☐

2 ผลคูณเป็น 132 เขียนสมการแล้วจัดรูปได้

☐

3 แยกตัวประกอบ ได้ $x =$ ☐ หรือ $x =$ ☐

4 โจทย์บอกว่าเป็นจำนวน**บวก** จึงตัดค่าที่ติดลบ ตอบ: สองจำนวนคือ ☐ และ ☐

ผังโจทย์ปัญหา

① กำหนดตัวแปร
↓
② เขียนสมการ
↓
③ แก้สมการ
↓
④ ตรวจกับโจทย์ ตัดคำตอบที่ไม่สมเหตุสมผล
↓
⑤ ตอบเป็นประโยค

โจทย์ข้อ 2 กำลังสองของจำนวนหนึ่ง เท่ากับ 3 เท่าของจำนวนนั้นบวก 10

1 ให้จำนวนนั้นเป็น x เขียนสมการได้ $x^2 = 3x + 10$

2 จัดรูป แยกตัวประกอบ แล้วเติมคำตอบทั้งสองค่าลงในคอลัมน์ x ของตาราง

3 แทนค่าตรวจในตาราง: x^2 เท่ากับ $3x + 10$ ทั้งสองแถวหรือไม่

4 โจทย์ไม่ได้บอกว่าต้องเป็นบวก จึงตอบได้ ☐ ค่า

ตรวจกับโจทย์

x	x^2	$3x + 10$
☐	☐	☐
☐	☐	☐

ก้าวขึ้นอีกขั้น

ทำได้ไหม?

จำนวนคู่บวกสองจำนวนเรียงกัน มีผลคูณเป็น 100 ได้ไหม · $x(x + 2) = 100$ จัดรูปได้ $x^2 + 2x - 100 = 0$ ได้ $b^2 - 4ac =$ ☐ ซึ่งไม่เป็นกำลังสองของจำนวนเต็ม x จึงไม่เป็นจำนวนเต็ม ตอบว่า ☐



① กำหนดตัวแปร ② เขียนสมการ ③ แก้สมการ ④ **ตรวจกับโจทย์** ตัดคำตอบที่ขัดเงื่อนไข (ต้องเป็นบวก จำนวนเต็ม) ⑤ ตอบเป็นประโยค

จำนวนเต็มเรียงกัน: $x, x+1$ · จำนวนคู่ (คี่) เรียงกัน: $x, x+2$ · สองจำนวนรวมกันได้ S: $x, S-x$



09
10
11

แบบฝึกหัดเบื้องต้น

➜ เฉลยท้ายเล่ม หน้า 32

จงแก้โจทย์ปัญหา (ข้อ (6) ให้ตอบว่าเป็นไปได้หรือไม่ เพราะอะไร)

(1) จำนวนเต็มบวกสองจำนวนเรียงกัน มีผลคูณเป็น 56 จงหาสองจำนวนนั้น

(2) จำนวนคี่บวกสองจำนวนเรียงกัน มีผลคูณเป็น 143 จงหาสองจำนวนนั้น

(3) กำลังสองของจำนวนจำนวนหนึ่ง มากกว่า 5 เท่าของจำนวนนั้นอยู่ 14 จงหาจำนวนนั้น

(4) จำนวนบวกสองจำนวนต่างกัน 4 มีผลคูณเป็น 96 จงหาสองจำนวนนั้น

(5) จำนวนสองจำนวนรวมกันได้ 20 มีผลคูณเป็น 96 จงหาสองจำนวนนั้น

(6) จำนวนเต็มบวกสองจำนวนเรียงกัน มีผลคูณเป็น 50 ได้หรือไม่ เพราะอะไร

เฉลยโจทย์หน้าซ้าย

โจทย์ข้อ 1 $x+1$, $x^2+x-132=0$, 11 , -12 , 11 , 12 โจทย์ข้อ 2 2 , 5 , 25 , 25 , -2 , 4 , 4

ระวัง! ตรวจคำตอบกับ**โจทย์** ไม่ใช่กับสมการที่เขียนเอง ถ้าตั้งสมการผิด คำตอบที่ตรวจกับสมการก็ยังผิดอยู่ดี



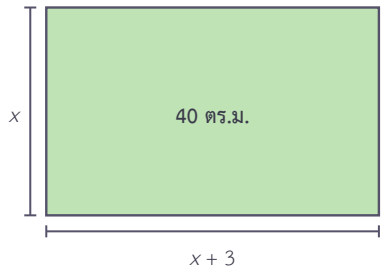
10 โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับพื้นที่

พื้นที่ = กว้าง × ยาว เป็นผลคูณของสองความยาว ถ้าความยาวทั้งสองมีตัวแปร จะได้สมการกำลังสอง · **ความยาวต้องเป็นบวกเสมอ**

โจทย์ข้อ 1 สี่เหลี่ยมผืนผ้ายาวกว่ากว้าง 3 เมตร มีพื้นที่ 40 ตารางเมตร

1. ให้กว้าง x ม. ยาว $x + 3$ ม. (ดูภาพ)
2. พื้นที่ = กว้าง × ยาว: $x(x + 3) = 40$ จัดรูปได้ ☐
3. แยกตัวประกอบ ได้ $x =$ ☐ หรือ $x =$ ☐
4. ความยาวติดลบไม่ได้ ตอบ กว้าง ☐ ม. ยาว ☐ ม.

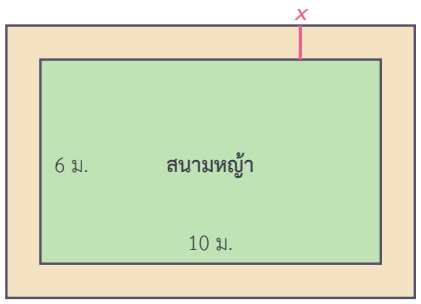
วาดรูป ใส่ตัวแปร



โจทย์ข้อ 2 สนามหญ้า 10 × 6 เมตร มีทางเดินกว้างเท่ากันล้อมรอบ รวมพื้นที่ 96 ตารางเมตร

1. ให้ทางเดินกว้าง x ม. สนามรวมทางเดินยาว ☐ ม. กว้าง ☐ ม.
2. พื้นที่รวม 96: กระจาย จัดรูป แล้วหารด้วย 4 ได้ ☐
3. แก้สมการ ได้ $x =$ ☐ หรือ $x =$ ☐ ตอบ ทางเดินกว้าง ☐ ม.

สนามและทางเดิน



ก้าวขึ้นอีกขั้น

ใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัส

สามเหลี่ยมมุมฉากมีด้านประกอบมุมฉากยาว x และ $x + 7$ ซม. ด้านตรงข้ามมุมฉาก 13 ซม.: $x^2 + (x + 7)^2 = 13^2$ จัดรูปแล้วหารด้วย 2 ได้ $x^2 + 7x -$ ☐ $= 0$ · ด้านประกอบมุมฉากยาว ☐ และ ☐ ซม.



วาดรูปแล้วใส่ตัวแปรลงในรูป · ทางเดินกว้าง x **รอบ**สนาม แต่ละด้านยาวเพิ่ม $2x$ · สามเหลี่ยมมุมฉาก: $a^2 + b^2 = c^2$

ความยาวต้องเป็น**บวก**: ตัดคำตอบที่ทำให้ความยาวใดความยาวหนึ่งในรูปติดลบหรือเป็น 0



แบบฝึกหัดเบื้องต้น

➜ เฉลยท้ายเล่ม หน้า 32

จงแก้โจทย์ปัญหา (วาดรูปประกอบได้)

(1) รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปหนึ่งยาวเป็น 2 เท่าของความกว้าง มีพื้นที่ 72 ตารางเซนติเมตร จงหาความกว้างและความยาว

(2) รั้วรอบแปลงผักรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ายาว 26 เมตร แปลงผักมีพื้นที่ 40 ตารางเมตร จงหาความกว้างและความยาวของแปลงผัก

(3) รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสรูปหนึ่ง ถ้าเพิ่มความยาวด้านละ 3 ซม. จะได้พื้นที่ 64 ตารางเซนติเมตร เดิมยาวด้านละกี่เซนติเมตร

(4) ที่ดินกว้าง 15 ม. ยาว 20 ม. ขุดสระตรงกลางเหลือขอบดินกว้างเท่ากันโดยรอบ สระมีพื้นที่ 150 ตร.ม. ขอบดินกว้างกี่เมตร

(5) สามเหลี่ยมมุมฉากรูปหนึ่ง ด้านประกอบมุมฉากด้านหนึ่งยาวกว่าอีกด้านอยู่ 2 ซม. ด้านตรงข้ามมุมฉากยาว 10 ซม. จงหาความยาวด้านประกอบมุมฉาก

(6) ตัดมุมทั้งสี่ของกระดาษแข็งรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสออกเป็นจัตุรัสด้านละ 2 ซม. แล้วพับเป็นกล่องไม่มีฝาได้ปริมาตร 128 ลูกบาศก์เซนติเมตร เดิมกระดาษยาวด้านละกี่เซนติเมตร

เฉลยโจทย์หน้าซ้าย

โจทย์ข้อ 1 $x^2 + 3x - 40 = 0$, 5 , -8 , 5 , 8 โจทย์ข้อ 2 $10 + 2x$, $6 + 2x$, $x^2 + 8x - 9 = 0$, 1 , -9 , 1

ระวัง! ทางเดินล้อม**รอบ**สนาม เพิ่มทั้งสองข้าง ความยาวจึงเพิ่ม $2x$ ไม่ใช่ x · ขอบด้านใน (สระกลางที่ดิน) ก็ลดลง $2x$ เช่นกัน



11 โจทย์ปัญหาประยุกต์

วัตถุที่ตกลงมา ลูกบอลที่โยนขึ้น และการซื้อขาย ก็ให้สมการกำลังสองได้ · ถ้ามีสองสถานการณ์ (เดิม/ใหม่) ให้เขียน**ตาราง**ก่อน

โจทย์ข้อ 1 ลูกมะพร้าวหล่นจากยอดต้นสูง 19.6 เมตร

1. ระยะที่ตกได้ในเวลา t วินาทีคือ $4.9t^2$ เมตร (ไม่คิดแรงต้านอากาศ) เติมตาราง
2. ถึงพื้นเมื่อตกได้ 19.6 ม.: $4.9t^2 = 19.6$ ได้ $t^2 =$ ☐
3. $t =$ ☐ หรือ $t =$ ☐ · เวลาติดลบไม่ได้ ตอบ ☐ วินาที

ตารางระยะที่ตก

t (วินาที)	0	1	2	3
ระยะที่ตก (ม.)	0	☐	☐	☐

โจทย์ข้อ 2 ซื้อพวงมาลัยไหว้ครูด้วยเงิน 600 บาท ถ้าราคาถูกลงพวงละ 10 บาท จะซื้อได้เพิ่มอีก 5 พวง เดิมซื้อได้กี่พวง

1. ให้เดิมซื้อได้ n พวง เติมตาราง เดิม/ถ้าถูกลง
2. ราคาใหม่ = ราคาเดิม − 10 คูณทั้งสองข้างด้วย $n(n+5)$ แล้วหารด้วย 10 ได้ ☐
3. แยกตัวประกอบ ตัดค่าที่ติดลบ ตอบ: เดิมซื้อได้ ☐ พวง พวงละ ☐ บาท

ตาราง เดิม / ใหม่

	จำนวน (พวง)	ราคาต่อพวง (บาท)	รวม (บาท)
เดิม	n	$\frac{600}{n}$	600
ถ้าถูกลง	☐	☐	600

ก้าวขึ้นอีกขั้น

คำตอบสองค่า ใช้ได้ทั้งคู่

โยนลูกบอลขึ้น ความสูง $19.6t - 4.9t^2$ ม. สูง 14.7 ม. เมื่อใด: หารด้วย -4.9 จัดรูปได้ $t^2 - 4t + 3 = 0$ ได้ $t =$ ☐ หรือ ☐ ใช้ได้**ทั้งสองค่า** คือตอนขาขึ้นและขาลง จึงต้องตรวจกับโจทย์ ไม่ตัดทิ้งเพราะความเคยชิน



สองสถานการณ์ (เดิม/ใหม่ ก่อน/หลัง): ทำตารางให้เห็นว่าอะไรเปลี่ยน อะไรเท่าเดิม · มีตัวแปรในตัวส่วน: คูณทั้งสองข้างด้วยตัวส่วนก่อน

ตรวจกับโจทย์เดิมเสมอ: เวลา ราคา จำนวนคนต้องเป็นบวก · บางโจทย์ใช้ได้ทั้งสองคำตอบ · ถ้า $b^2 - 4ac < 0$ สถานการณ์นั้นเป็นไปไม่ได้



09
10
11

แบบฝึกหัดเบื้องต้น

เฉลยท้ายเล่ม หน้า 32

จงแก้โจทย์ปัญหา (ข้อ (6) ให้ตอบว่าเป็นไปได้หรือไม่)

(1) ก้อนหินตกจากหน้าผาสูง 44.1 เมตร ระยะที่ตกได้ในเวลา t วินาทีคือ $4.9t^2$ เมตร ก้อนหินถึงพื้นในเวลากี่วินาที

(2) เตะลูกตะกร้อขึ้นไปตรง ๆ ความสูงหลังเวลา t วินาทีคือ $14.7t - 4.9t^2$ เมตร ลูกตะกร้อสูง 9.8 เมตรเมื่อเวลาเท่าใด

(3) สหกรณ์โรงเรียนขายน้ำผลไม้แก้วละ x บาท จะขายได้วันละ $100 - 2x$ แก้ว ถ้าต้องการรายรับวันละ 1,200 บาท ควรตั้งราคาแก้วละกี่บาท

(4) แบ่งเงินรางวัล 1,200 บาทให้นักเรียนคนละเท่ากัน ถ้ามีนักเรียนน้อยลง 4 คน จะได้เพิ่มคนละ 50 บาท มีนักเรียนกี่คน

(5) ซื้อส้ม 300 บาท ถ้าราคาถูกลง กก.ละ 5 บาท จะได้ส้มเพิ่มอีก 2 กก. เดิมส้มราคากิโลกรัมละกี่บาท

(6) โยนลูกบอลขึ้นไปตรง ๆ ความสูงหลังเวลา t วินาทีคือ $19.6t - 4.9t^2$ เมตร ลูกบอลจะขึ้นไปสูงถึง 24.5 เมตรได้หรือไม่

เฉลยโจทย์หน้าซ้าย

โจทย์ข้อ 1 4 , 2 , -2 , 2 , 4.9 , 19.6 , 44.1

โจทย์ข้อ 2 $n^2 + 5n - 300 = 0$, 15 , 40 , $n + 5$, $\frac{600}{n+5}$

ระวัง! $4.9t^2$ มาจากสูตรฟิสิกส์ $\frac{1}{2}gt^2$ เมื่อ $g \approx 9.8$ เมตร/วินาที² และไม่คิดแรงต้านอากาศ · หน่วยต้องตรงกัน: เวลาเป็นวินาที ระยะเป็นเมตร



แบบทดสอบทบทวน

บทที่ 3 โจทย์ปัญหาสมการกำลังสอง

ชื่อ _____ ชั้น _____ เลขที่ _____

คะแนน

_____

/ 100



1 10 คะแนน

จำนวนเต็มบวกสองจำนวนเรียงกัน มีผลคูณเป็น 210 จงหาสองจำนวนนั้น

2 10 คะแนน

กำลังสองของจำนวนจำนวนหนึ่ง ลบด้วย 2 เท่าของจำนวนนั้น ได้ 35 จงหาจำนวนนั้น

3 10 คะแนน

จำนวนสองจำนวนรวมกันได้ 17 มีผลคูณเป็น 72 จงหาสองจำนวนนั้น

4 10 คะแนน

รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ายาวกว่ากว้าง 5 ซม. มีพื้นที่ 84 ตารางเซนติเมตร จงหาความกว้างและความยาว

5 10 คะแนน

สระน้ำกว้าง 5 เมตร ยาว 8 เมตร ทำทางเดินกว้างเท่ากันล้อมรอบ ทางเดินอย่างเดียวมีพื้นที่ 30 ตารางเมตร ทางเดินกว้างกี่เมตร

6 10 คะแนน

บันไดยาว 5 เมตร พิงกำแพง ระยะจากโคนบันไดถึงกำแพงน้อยกว่าความสูงของจุดที่ปลายบันไดแตะกำแพงอยู่ 1 เมตร จงหาระยะทั้งสอง

7 10 คะแนน

ทำลูกบอลหล่นจากดาดฟ้าตึกสูง 78.4 เมตร ระยะที่ตกได้ในเวลา t วินาทีคือ $4.9t^2$ เมตร ลูกบอลถึงพื้นในเวลากี่วินาที

8 10 คะแนน

แม่ค้าซื้อมะม่วงด้วยเงิน 480 บาท ถ้าราคาถูกลงกิโลกรัมละ 8 บาท จะได้มะม่วงเพิ่มอีก 2 กิโลกรัม เดิมมะม่วงราคากิโลกรัมละกี่บาท

9 10 คะแนน

มีลวดยาว 20 เมตร ล้อมเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าให้มีพื้นที่ 30 ตารางเมตร ได้หรือไม่ เพราะอะไร

10 10 คะแนน

ร้านข้าวมันไก่ขายจานละ 40 บาท ขายได้วันละ 100 จาน ทุกครั้งที่ขึ้นราคา 5 บาท จะขายได้น้อยลง 10 จาน ต้องขึ้นราคากี่ครั้ง รายรับจึงเป็นวันละ 3,600 บาท และราคาจานละเท่าใด

ก้าวต่อไปนี้

ต่อไป: กราฟของฟังก์ชันกำลังสอง

คำตอบของ $ax^2 + bx + c = 0$ คือจุดที่กราฟ $y = ax^2 + bx + c$ (พาราโบลา) ตัดแกน X ความสูงสูงสุดของลูกบอลก็หาได้จากกราฟนี้



เฉลยแบบฝึกหัดเบื้องต้น

01 สมการกำลังสองตัวแปรเดียว

(1) 1 , −5 , 6 (2) 3 , 0 , −12 (3) 1 , 4 , −21 (4) 2 , 5 , −3 (5) 1 , −4 , 1 (6) ไม่เป็น (7) เป็น

(8) $k = 2$

02 คำตอบของสมการ และสมบัติการคูณด้วยศูนย์

(1) เป็น (2) ไม่เป็น (3) เป็น (4) 5 , −2 (5) 0 , 7 (6) $\frac{1}{2}$, −3 (7) เช่น $x^2 - 2x - 3 = 0$

(8) $k = 3$ คำตอบอีกค่าคือ $x = -5$

03 แก้สมการโดยดึงตัวร่วมและผลต่างกำลังสอง

(1) $x = -7$ หรือ $x = 0$ (2) $x = 0$ หรือ $x = 4$ (3) $x = -7$ หรือ $x = 7$ (4) $x = -\frac{3}{2}$ หรือ $x = \frac{3}{2}$

(5) $x = 0$ หรือ $x = 6$ (6) $x = -3$ หรือ $x = 3$ (7) $x = -\frac{4}{3}$ หรือ $x = \frac{4}{3}$ (8) $x = 0$ หรือ $x = 2$

04 แก้สมการโดยแยกตัวประกอบ $ax^2 + bx + c$

(1) $x = -5$ หรือ $x = -2$ (2) $x = -3$ หรือ $x = 5$ (3) $x = 4$ หรือ $x = 5$ (4) $x = -7$ หรือ $x = 3$

(5) $x = -2$ หรือ $x = -\frac{1}{3}$ (6) $x = -\frac{3}{2}$ หรือ $x = 2$ (7) $x = \frac{1}{2}$ หรือ $x = \frac{2}{3}$ (8) $x = 3$

05 แก้สมการโดยใช้สมบัติของรากที่สอง

(1) $x = -9$ หรือ $x = 9$ (2) $x = -8$ หรือ $x = 8$ (3) $x = -\frac{5}{2}$ หรือ $x = \frac{5}{2}$ (4) $x = \pm 2\sqrt{3}$ (5) $x = -5$ หรือ $x = 1$

(6) $x = 1 \pm \sqrt{7}$ (7) $x = -2$ หรือ $x = 3$ (8) ไม่มีคำตอบที่เป็นจำนวนจริง

06 แก้สมการโดยทำให้เป็นกำลังสองสมบูรณ์

(1) 36 , 6 (2) 25 , 5 (3) $x = -6$ หรือ $x = 2$ (4) $x = 3$ หรือ $x = 5$ (5) $x = -1 \pm \sqrt{5}$ (6) $x = 3 \pm \sqrt{7}$

(7) $x = -1$ หรือ $x = 4$ (8) $x = \frac{4 \pm \sqrt{10}}{2}$

เฉลยแบบฝึกหัดเบื้องต้น

07 สูตรแก้สมการกำลังสอง

(1) $x = \dfrac{-5 \pm \sqrt{13}}{2}$ (2) $x = 1 \pm \sqrt{3}$ (3) $x = -2$ หรือ $x = \dfrac{1}{2}$ (4) $x = -2 \pm \sqrt{3}$ (5) $x = \dfrac{1 \pm \sqrt{7}}{3}$

(6) $x = \dfrac{3 \pm \sqrt{3}}{2}$ (7) $x = 2 \pm \sqrt{10}$ (8) $x = \dfrac{-1 \pm \sqrt{2}}{2}$

08 จำนวนคำตอบของสมการกำลังสอง

(1) 17 , มี 2 คำตอบ (2) 0 , มี 1 คำตอบ (3) −23 , ไม่มีคำตอบที่เป็นจำนวนจริง (4) 28 , มี 2 คำตอบ

(5) 0 , มี 1 คำตอบ (6) $k = 16$ คำตอบคือ $x = 4$ (7) $k = 4$ คำตอบคือ $x = -\dfrac{1}{2}$ (8) $k > 9$

09 โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับจำนวน

(1) 7 และ 8 (2) 11 และ 13 (3) 7 หรือ −2 (ใช้ได้ทั้งสองค่า) (4) 8 และ 12 (5) 8 และ 12

(6) ไม่ได้ เพราะ x ไม่เป็นจำนวนเต็ม

10 โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับพื้นที่

(1) กว้าง 6 ซม. ยาว 12 ซม. (2) กว้าง 5 ม. ยาว 8 ม. (3) ด้านละ 5 ซม. (4) ขอบดินกว้าง 2.5 ม.

(5) 6 ซม. และ 8 ซม. (6) ด้านละ 12 ซม.

11 โจทย์ปัญหาประยุกต์

(1) 3 วินาที (2) 1 วินาที (ขาขึ้น) และ 2 วินาที (ขาลง) (3) แก้วละ 20 บาท หรือ 30 บาท (4) 12 คน

(5) กิโลกรัมละ 30 บาท (6) ไม่ได้ เพราะสมการไม่มีคำตอบที่เป็นจำนวนจริง

บันทึกความก้าวหน้าของฉัน

ทำเสร็จแล้วกา ✓ ในช่อง บทเรียนไหนยังไม่มั่นใจ กาช่องสุดท้ายไว้กลับมาทบทวน

บทเรียน	เรียนหน้าซ้าย	ทำแบบฝึก	ทำถูก	อยากทบทวน
บทที่ 1 รู้จักสมการกำลังสอง				
01 สมการกำลังสองตัวแปรเดียว	☐	☐	____ / 8	☐
02 คำตอบของสมการ และสมบัติการคูณด้วยศูนย์	☐	☐	____ / 8	☐
แบบทดสอบทบทวน บทที่ 1			____ / 100	☐
บทที่ 2 วิธีแก้สมการกำลังสอง				
03 แก้สมการโดยดึงตัวร่วมและผลต่างกำลังสอง	☐	☐	____ / 8	☐
04 แก้สมการโดยแยกตัวประกอบ $ax^2 + bx + c$	☐	☐	____ / 8	☐
05 แก้สมการโดยใช้สมบัติของรากที่สอง	☐	☐	____ / 8	☐
06 แก้สมการโดยทำให้เป็นกำลังสองสมบูรณ์	☐	☐	____ / 8	☐
07 สูตรแก้สมการกำลังสอง	☐	☐	____ / 8	☐
08 จำนวนคำตอบของสมการกำลังสอง	☐	☐	____ / 8	☐
แบบทดสอบทบทวน บทที่ 2			____ / 100	☐
บทที่ 3 โจทย์ปัญหาสมการกำลังสอง				
09 โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับจำนวน	☐	☐	____ / 6	☐
10 โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับพื้นที่	☐	☐	____ / 6	☐
11 โจทย์ปัญหาประยุกต์	☐	☐	____ / 6	☐
แบบทดสอบทบทวน บทที่ 3			____ / 100	☐



ครบทุกช่องแล้ว เก่งมาก! สมการกำลังสองจะได้ใช้ต่อในเล่มกราฟของฟังก์ชันกำลังสอง (หาจุดที่กราฟตัดแกน X) และในคณิตศาสตร์ ม.4

บันทึก

One by One
Step by Step

เรียนทีละบท ฝึกทีละขั้น

หนังสือชุด One by One ม.3

1. อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว
2. การแยกตัวประกอบของพหุนามที่มีดีกรีสูงกว่าสอง
3. **สมการกำลังสองตัวแปรเดียว**
4. ความคล้าย
5. กราฟของฟังก์ชันกำลังสอง
6. สถิติ (3) แผนภาพกล่อง
7. ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร
8. วงกลม
9. พีระมิด กรวย และทรงกลม
10. ความน่าจะเป็น
11. อัตราส่วนตรีโกณมิติ



Math Step Studio

mathstepstudio.com