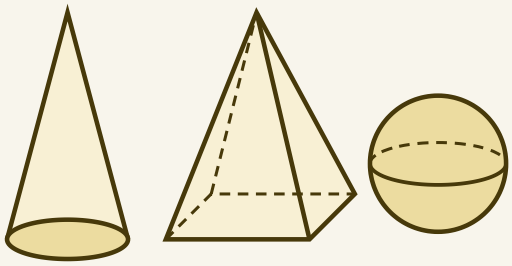
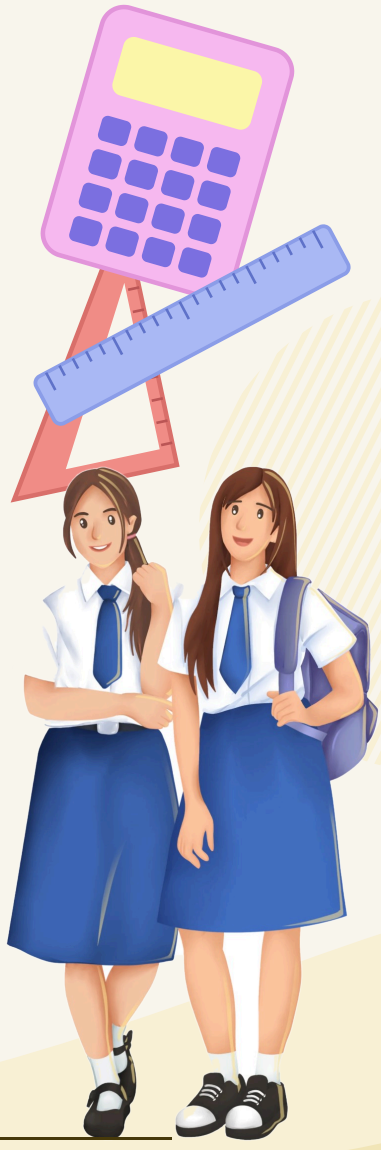
ONE BY ONE
STEP BY STEP

พีระมิด กรวย และทรงกลม

ม.3

10 บทเรียน · ฉบับนักเรียน





กรวย	$V = (1/3)\pi r^2 h$
ทรงกลม	$V = (4/3)\pi r^3$

ชื่อ _____ นามสกุล _____

ชั้น ม.3/ _____ เลขที่ _____

สารบัญ

บทที่ 1 รู้จักพีระมิด กรวย และทรงกลม

01 ส่วนสูงและสูงเอียง 4

02 หาสูงเอียงด้วยทฤษฎีบทพีทาโกรัส 6

แบบทดสอบทบทวน บทที่ 1 8

บทที่ 2 พื้นที่ผิว

03 พื้นที่ผิวของพีระมิด 10

04 พื้นที่ผิวของกรวย 12

05 พื้นที่ผิวของทรงกลม 14

แบบทดสอบทบทวน บทที่ 2 16

บทที่ 3 ปริมาตร

06 ปริมาตรของพีระมิด 18

07 ปริมาตรของกรวย 20

08 ปริมาตรของทรงกลม 22

09 ปริมาตรของทรงประกอบ 24

10 ย้อนสูตรและโจทย์ประยุกต์ 26

แบบทดสอบทบทวน บทที่ 3 28

เฉลยแบบฝึกหัดเบื้องต้น 30

บันทึกความก้าวหน้าของฉัน 32

ใช้เล่มนี้อย่างไร

ทุกบทเรียนมี 2 หน้า วางโครงเหมือนกันทุกบท เรียนทีละเรื่อง ทีละขั้น

1 หน้าซ้าย · เรียนรู้ผ่านโจทย์
อ่านโจทย์ข้อ 1 และ 2 ดูกราฟหรือตาราง แล้วเติมคำตอบลงในช่องทีละขั้น เพื่อค้นพบวิธีคิดด้วยตัวเอง

2 ก้าวขั้นอีกขั้น
กล่องสีเทาท้ายหน้า บอกเหตุผลเบื้องหลัง ทางลัด หรือเรื่องที่ต่อยอดได้

3 หน้าขวา · สรุป + ฝึก
อ่านแถบสรุปด้านบน ทำแบบฝึกหัดเบื้องต้นเรียงจากง่ายไปยาก แล้วตรวจกับเฉลยโจทย์หน้าซ้ายและเฉลยท้ายเล่ม

4 แบบทดสอบทบทวน
ท้ายแต่ละบท มีคะแนนกำกับทุกข้อ ลองทำโดยไม่เปิดดูบทเรียน แล้วรวมคะแนน

สัญลักษณ์ที่ใช้ในเล่ม

h	ส่วนสูง (วัดตรงจากยอดตั้งฉากกับฐาน)
l	สูงเอียง (วัดบนผิวข้าง)
r	รัศมีของฐานกรวยหรือของทรงกลม
- - -	เส้นประ: เส้นที่ถูกบังหรืออยู่ข้างในรูปทรง
π	ตอบในรูป π ยกเว้นโจทย์บอกให้ใช้ $\pi \approx \frac{22}{7}$
ตร.ซม. · ลบ.ซม.	ตารางเซนติเมตร (พื้นที่) · ลูกบาศก์เซนติเมตร (ปริมาตร)

ทบทวนก่อนเริ่ม (ม.1–ม.2)

- ทฤษฎีบทพีทาโกรัส: $c^2 = a^2 + b^2$ (c ด้านตรงข้ามมุมฉาก)
- วงกลม: พื้นที่ πr^2 · เส้นรอบวง $2\pi r$
- สามเหลี่ยม: พื้นที่ $= \frac{1}{2} \times$ ฐาน $\times$ สูง
- ปริซึม ทรงกระบอก: ปริมาตร = พื้นที่ฐาน × สูง
- กำลังสอง: $5^2 = 25$, $12^2 = 144$, $13^2 = 169$
- กำลังสาม: $3^3 = 27$, $4^3 = 64$, $6^3 = 216$



เล่มนี้ไม่ต้องรีบ ทำทีละบทเรียน ถ้าติดตรงไหน ย้อนไปดูโจทย์ข้อ 1–2 ของบทเรียนนั้นอีกรอบ

01 ส่วนสูงและสูงเอียง

หลังคาศาลาทรงพีระมิดกับไอศกรีมโคนต่างก็มี**ยอด**และ**ฐาน** ความสูงของรูปทรงเหล่านี้วัดได้สองแบบ คือวัดตรงจากยอดลงมาตั้งฉากกับฐาน กับวัดเอียงไปตามผิวด้านข้าง มาดูว่าต่างกันอย่างไร

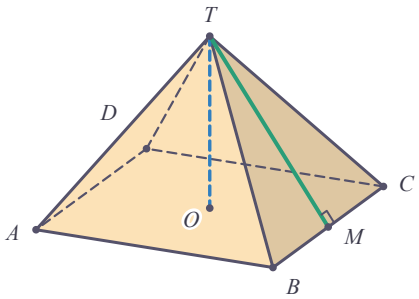
โจทย์ข้อ 1 พีระมิดฐานสี่เหลี่ยมจัตุรัส

1 ฐาน $ABCD$ เป็นรูป [ ] หน้าข้างเป็นรูป [ ] มี [ ] หน้า ทุกหน้ามาพบกันที่ยอด T

2 TO ตั้งฉากกับฐานที่ O (จุดกึ่งกลางของฐาน) ความยาว TO เรียกว่า [ ] · TO อยู่ข้างในพีระมิด จึงวาดเป็นเส้นประ

3 M เป็นจุดกึ่งกลางของ BC และ TM ตั้งฉากกับ BC บนหน้า TBC ความยาว TM เรียกว่า [ ] · TM อยู่บนผิว จึงวาดเป็นเส้นทึบ

พีระมิด TABCD



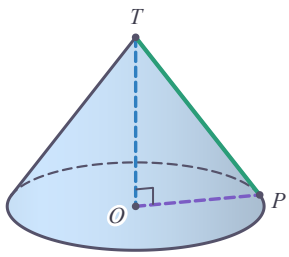
โจทย์ข้อ 2 กรวย

1 ฐานเป็นรูป [ ] มีจุดศูนย์กลาง O · OP เป็น [ ] ของฐาน

2 TO ตั้งฉากกับฐาน: TO คือ [ ] (เส้นประ) · TP ลากจากยอดถึงขอบฐานไปตามผิว: TP คือ [ ]

3 ไม่ว่าจุด P จะอยู่ตรงไหนบนขอบฐาน TP จะยาว [ ] ทุกเส้น

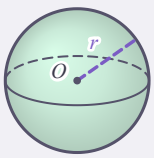
กรวย



ก้าวขึ้นอีกขั้น

ทรงกลม: มีแต่รัศมี

ทุกจุดบนผิวทรงกลมอยู่ห่างจากจุดศูนย์กลาง O เท่ากัน ระยะนี้คือ**รัศมี** (r) · เส้นผ่านศูนย์กลางยาว [ ] · ตัดทรงกลมผ่าน O ได้**ครึ่งทรงกลม** 2 ชิ้น เช่น ขนมครก 1 ชิ้น

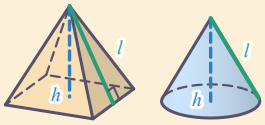




พีระมิด ฐานเป็นรูปหลายเหลี่ยม หน้าข้างเป็นรูปสามเหลี่ยมที่มียอดร่วมกัน · **กรวย** ฐานเป็นรูปวงกลม

ส่วนสูง (h) วัดจากยอดตั้งฉากกับฐาน อยู่ข้างใน (เส้นประ) · **สูงเอียง** (l) วัดบนผิวข้าง

พีระมิด: จากยอดตั้งฉากกับขอบฐาน · กรวย: จากยอดถึงขอบฐาน



แบบฝึกหัดเบื้องต้น

➜ เฉลยท้ายเล่ม หน้า 30

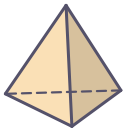
ข้อ (1)–(3), (6)–(8) เติมคำตอบ (ข้อ (6) เลือก ส่วนสูง สูงเอียง หรือ ไม่ใช่ทั้งสอง) · ข้อ (4)–(5) วาดเส้นลงบนรูป

(1) พีระมิดฐานสามเหลี่ยม

หน้า ☐ หน้า

ขอบ ☐ เส้น

จุดยอด ☐ จุด

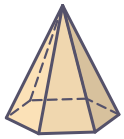


(2) พีระมิดฐานหกเหลี่ยม

หน้าข้าง ☐ หน้า

หน้าทั้งหมด ☐ หน้า

ขอบ ☐ เส้น

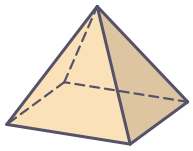


(3)

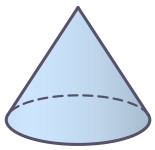


พีระมิดคือ ☐ กรวยคือ ☐ มีฐาน 2 ฐานคือ ☐

(4) ลากส่วนสูง (เส้นประ) และสูงเอียงของพีระมิดฐานจัตุรัสนี้ แล้วเขียน h, l กำกับ



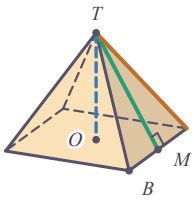
(5) ลากรัศมีของฐาน ส่วนสูง (เส้นประ) และสูงเอียงของกรวยนี้ แล้วเขียน r, h, l กำกับ



(6) TO คือ ☐

TM คือ ☐

TB คือ ☐



(7) พีระมิดสูง 12 ซม. สูงเอียงยาว 10 ซม. ได้หรือไม่ ☐ เพราะสูงเอียงเป็น ☐ ของสามเหลี่ยมมุมฉาก จึงยาวกว่าส่วนสูงเสมอ

(8) ลูกตะกร้อมีเส้นผ่านศูนย์กลาง 14 ซม. รัศมี ☐ ซม. · ขนมครก 1 ชิ้นมีรูปร่างเป็น ☐

เฉลยโจทย์หน้าซ้าย

โจทย์ข้อ 1 สี่เหลี่ยมจัตุรัส , สามเหลี่ยม , 4 , ส่วนสูง , สูงเอียง

โจทย์ข้อ 2 วงกลม , รัศมี , ส่วนสูง , สูงเอียง , เท่ากัน

ระวัง! สูงเอียงของพีระมิดวัดจากยอดถึง**จุดกึ่งกลาง**ของขอบฐาน (TM) ไม่ใช่วัดถึงมุมของฐาน (TB) · TB ยาวกว่า TM เสมอ



02 หาสูงเอียงด้วยทฤษฎีบทพีทาโกรัส

ส่วนสูงกับสูงเอียงอยู่ในสามเหลี่ยมมุมฉากรูปเดียวกัน ลองดึงสามเหลี่ยมรูปนั้นออกมาวางข้าง ๆ แล้วใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัสที่เรียนแล้วใน ม.2

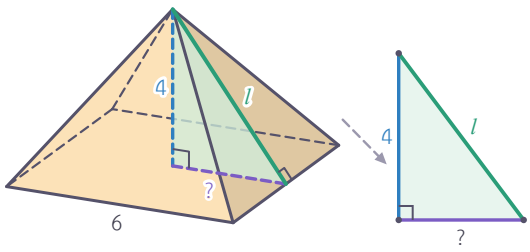
โจทย์ข้อ 1 พีระมิดฐานจัตุรัสกว้าง 6 ซม. สูง 4 ซม. สูงเอียงยาวเท่าใด

1 O อยู่กึ่งกลางฐาน จึง OM ยาวครึ่งหนึ่งของด้านฐาน: $OM = 6 \div 2 =$ ☐ ซม.

2 สามเหลี่ยม TOM มีมุมฉากที่ ☐ จึงได้ $TM^2 = TO^2 + OM^2 = 4^2 + 3^2 =$ ☐

3 สูงเอียง $l = TM =$ รากที่สองของผลในข้อ 2 = ☐ ซม.

ดึงสามเหลี่ยม TOM ออกมา



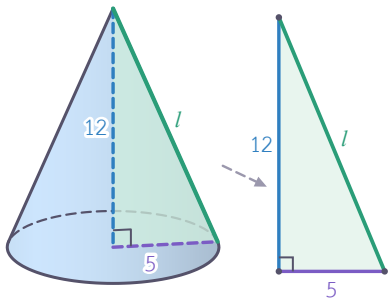
โจทย์ข้อ 2 กรวยรัศมี 5 ซม. สูง 12 ซม. สูงเอียงยาวเท่าใด

1 สามเหลี่ยมมุมฉากมีด้าน $h = 12$ และ $r = 5$ จึงได้ $l^2 = h^2 + r^2 = 12^2 + 5^2 =$ ☐

2 $l =$ รากที่สองของผลในข้อ 1 = ☐ ซม.

3 ต่างจากพีระมิดตรงที่กรวยใช้ ☐ ได้ทันที ไม่ต้องแบ่งครึ่งด้านฐาน

ดึงสามเหลี่ยมออกมา



ก้าวขึ้นอีกขั้น

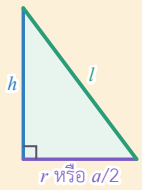
รู้สูงเอียง หาส่วนสูง

กรวยสูงเอียง 10 ซม. รัศมี 6 ซม. · $h^2 = l^2 - r^2 = 100 - 36 =$ ☐ · $h =$ ☐ ซม. · หาด้านตรงข้ามมุมฉากใช้**บวก** หาด้านประกอบมุมฉากใช้**ลบ**



ส่วนสูง h **สูงเอียง** l กับครึ่งด้านฐาน (พีระมิดฐานจัตุรัส) หรือ**รัศมี** r (กรวย) เป็นด้านของสามเหลี่ยมมุมฉากรูปเดียวกัน โดย l เป็นด้านตรงข้ามมุมฉาก

พีระมิดฐานจัตุรัสด้าน a: $l^2 = h^2 + (\frac{a}{2})^2$ · กรวย: $l^2 = h^2 + r^2$

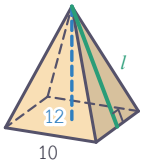


แบบฝึกหัดเบื้องต้น

เฉลยท้ายเล่ม หน้า 30

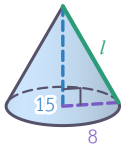
ทุกข้อแสดงวิธีทำ (ข้อ (7) ตอบในรูปกรณฑ์อย่างง่าย)

(1) พีระมิดฐานจัตุรัสกว้าง 10 ซม. สูง 12 ซม. จงหาสูงเอียง



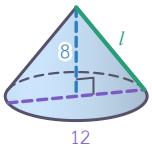
(2) พีระมิดฐานจัตุรัสกว้าง 16 ซม. สูงเอียง 17 ซม. จงหาส่วนสูง

(3) กรวยรัศมี 8 ซม. สูง 15 ซม. จงหาสูงเอียง



(4) กรวยสูงเอียง 25 ซม. รัศมี 7 ซม. จงหาส่วนสูง

(5) กรวยมีเส้นผ่านศูนย์กลางของฐาน 12 ซม. สูง 8 ซม. จงหาสูงเอียง



(6) พีระมิดฐานจัตุรัสกว้าง 24 ซม. สูงเอียง 13 ซม. จงหาส่วนสูง

(7) กรวยรัศมี 2 ซม. สูง 4 ซม. จงหาสูงเอียง

(8) หลังคาศาลาเป็นรูปพีระมิดฐานจัตุรัส กว้าง 8 ม. สูง 3 ม. สูงเอียงของหลังคายาวกี่เมตร

เฉลยโจทย์หน้าซ้าย
โจทย์ข้อ 1 3 , O , 25 , 5 โจทย์ข้อ 2 169 , 13 , รัศมี

กับดัก! ฐานกว้าง 10 ซม. ต้องใช้**ครึ่งหนึ่ง**คือ 5 ซม. ในสามเหลี่ยมมุมฉาก · โจทย์ให้**เส้นผ่านศูนย์กลาง**ต้องหาร 2 ให้เป็นรัศมีก่อน



แบบทดสอบทบทวน

บทที่ 1 รู้จักพีระมิด กรวย และทรงกลม

ชื่อ _____ ชั้น _____ เลขที่ _____

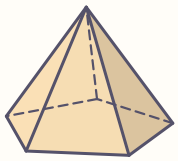
คะแนน

/ 100



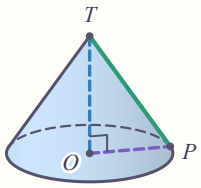
1 10 คะแนน

พีระมิดฐานห้าเหลี่ยมนี้ มีหน้า ขอบ และจุดยอด อย่างละเท่าใด



2 10 คะแนน

จากรูป TO, OP และ TP เรียกว่าอะไร



3 10 คะแนน

ลูกบอลมีเส้นผ่านศูนย์กลาง 30 ซม. รัศมีเท่าใด และถ้าผ่าลูกบอลผ่านจุดศูนย์กลาง หน้าตัดเป็นรูปอะไร

4 10 คะแนน

พีระมิดฐานจัตุรัสกว้าง 12 ซม. สูง 8 ซม. จงหาสูงเอียง

5 10 คะแนน

กรวยรัศมี 9 ซม. สูง 12 ซม. จงหาสูงเอียง

6 10 คะแนน

กรวยสูง 15 ซม. สูงเอียง 17 ซม. จงหาเส้นผ่านศูนย์กลางของฐาน

7 10 คะแนน

พีระมิดฐานจัตุรัสกว้าง 14 ซม. สูงเอียง 25 ซม. จงหาส่วนสูง

8 10 คะแนน

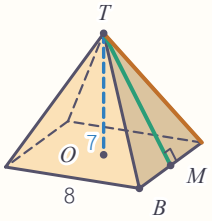
ภูผาหาสูงเอียงของพีระมิดฐานจัตุรัสกว้าง 10 ซม. สูง 12 ซม. ได้ดังนี้ $l^2 = 10^2 + 12^2 = 244$ ภูผาผิดตรงไหน คำตอบที่ถูกคือเท่าใด

9 10 คะแนน

เต็นท์ทรงกรวยมีเส้นผ่านศูนย์กลางของฐาน 6 ม. เสากลางสูง 4 ม. ผ้าใบจากยอดถึงขอบล่างยาวกี่เมตร

10 10 คะแนน

พีระมิดฐานจัตุรัสกว้าง 8 ซม. สูง 7 ซม. จงหาสูงเอียง TM (ตอบในรูปกรณฑ์) แล้วหาความยาวขอบ TB



ก้าวขั้นอีกขั้น

ทรงกลมก็มีสามเหลี่ยมมุมฉากซ่อนอยู่

ตัดทรงกลมรัศมี 5 ซม. ด้วยระนาบที่อยู่ห่างจากจุดศูนย์กลาง 3 ซม. หน้าตัดเป็นวงกลมรัศมี $\sqrt{25 - 9} = \sqrt{16} = 4$ ซม. (รัศมีทรงกลมเป็นด้านตรงข้ามมุมฉาก)



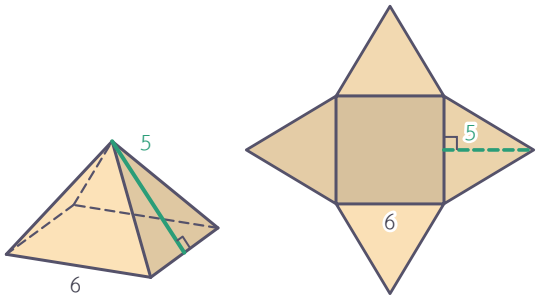
03 พื้นที่ผิวของพีระมิด

ถ้าตัดกระดาษตามขอบของพีระมิดแล้วคลี่ออกวางบนโต๊ะ จะได้**รูปคลี่** พื้นที่ผิวของพีระมิดก็คือพื้นที่ของรูปคลี่นั้น

โจทย์ข้อ 1 พีระมิดฐานจัตุรัสกว้าง 6 ซม. สูงเอียง 5 ซม.

1. รูปคลี่มีรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส 1 รูป (ฐาน) พื้นที่ $6 \times 6 =$ ☐ ตร.ซม.
2. มีรูปสามเหลี่ยม ☐ รูป ฐาน 6 สูง 5 (สูงเอียง) แต่ละรูปพื้นที่ $\frac{1}{2} \times 6 \times 5 =$ ☐ ตร.ซม. รวมกันเรียกว่า**พื้นที่ผิวข้าง** = ☐ ตร.ซม.
3. **พื้นที่ผิวทั้งหมด** = ผิวข้าง + ฐาน = ☐ ตร.ซม.

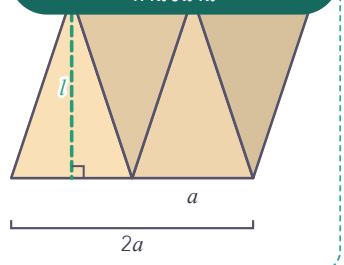
พีระมิดกับรูปคลี่



โจทย์ข้อ 2 หาสูตรพื้นที่ผิวข้าง

1. หน้าข้าง 4 หน้า ฐาน a สูง l: พื้นที่ผิวข้าง $= 4 \times \frac{1}{2} \times a \times l = \frac{1}{2} \times$ ☐ $\times l$
2. $4a$ คือ ☐ ของพีระมิด
3. ฐานกว้าง 10 ซม. สูงเอียง 13 ซม.: ผิวข้าง $= \frac{1}{2} \times 40 \times 13 =$ ☐ · ฐาน = ☐ · ผิวทั้งหมด = ☐ ตร.ซม.

วางหน้าข้างสลับหัว ได้รูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน



ก้าวขึ้นอีกขั้น

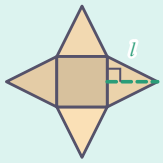
ฐานหกเหลี่ยมก็ใช้ได้

พีระมิดฐานหกเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า ยาวด้านละ 4 ซม. สูงเอียง 9 ซม. · ความยาวรอบฐาน = ☐ ซม. · ผิวข้าง $= \frac{1}{2} \times$ รอบฐาน $\times 9 =$ ☐ ตร.ซม. · ใช้ได้เพราะหน้าข้างทุกหน้าเป็นสามเหลี่ยมหน้าจั่วที่เท่ากันทุกประการ



พื้นที่ผิวข้างของพีระมิด (ฐานเป็นรูปหลายเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า) = $\frac{1}{2}$ × ความยาวรอบฐาน × สูงเอียง

พื้นที่ผิวทั้งหมด = พื้นที่ผิวข้าง + พื้นที่ฐาน



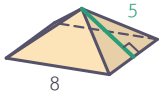
03
04
05

แบบฝึกหัดเบื้องต้น

➜ เฉลยท้ายเล่ม หน้า 30

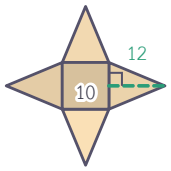
ทุกข้อแสดงวิธีทำ ตอบเป็นตารางเซนติเมตร (ตร.ซม.) หรือตามหน่วยในโจทย์

(1) พีระมิดฐานจัตุรัสกว้าง 8 ซม. สูงเอียง 5 ซม. จงหาพื้นที่ผิวข้างและพื้นที่ผิวทั้งหมด



(2) พีระมิดฐานจัตุรัสกว้าง 16 ซม. สูง 15 ซม. จงหาพื้นที่ผิวทั้งหมด

(3) จากรูปคลี่ของพีระมิดฐานจัตุรัส จงหาพื้นที่ผิวทั้งหมด



(4) พีระมิดฐานหกเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า ยาวด้านละ 5 ซม. สูงเอียง 12 ซม. จงหาพื้นที่ผิวข้าง

(5) พีระมิดฐานจัตุรัสกว้าง 10 ซม. มีพื้นที่ผิวข้าง 240 ตร.ซม. สูงเอียงยาวเท่าใด

(6) หลังคาศาลาเป็นพีระมิดฐานจัตุรัสกว้าง 6 ม. สูง 4 ม. มุงกระเบื้องเฉพาะผิวข้าง ค่ากระเบื้องตารางเมตรละ 250 บาท เป็นเงินเท่าใด

เฉลยโจทย์หน้าซ้าย

โจทย์ข้อ 1 36 , 4 , 15 , 60 , 96 **โจทย์ข้อ 2** $4a$, ความยาวรอบฐาน , 260 , 100 , 360

ระวัง! หลังคา เต็นท์ หรือกล่องที่ไม่มีฐาน ใช้แค่**พื้นที่ผิวข้าง** · ถ้าโจทย์ให้ส่วนสูง ต้องหาสูงเอียงก่อน (บทเรียน 02)

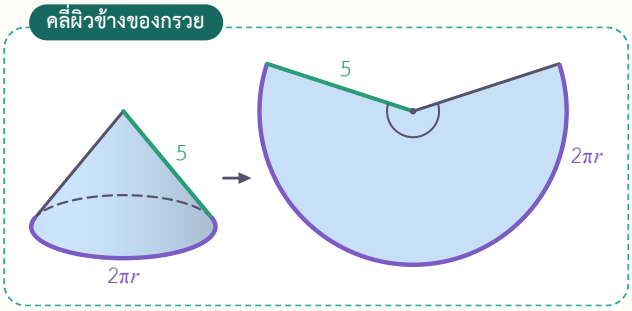


04 พื้นที่ผิวของกรวย

ตัดผิวข้างของกรวยตามสูงเอียง TP แล้วคลี่ออก จะได้รูปที่เรียกว่า**เซกเตอร์** (ส่วนหนึ่งของวงกลม) มาหาพื้นที่ของเซกเตอร์นี้กัน

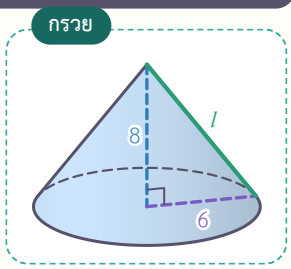
โจทย์ข้อ 1 กรวยรัศมี 3 ซม. สูงเอียง 5 ซม.

1. เซกเตอร์มีรัศมีเท่ากับ [ ] คือ 5 ซม. และส่วนโค้งยาวเท่ากับเส้นรอบวงของฐาน = $2\pi \times 3$ = [ ] ซม.
2. วงกลมเต็มวงรัศมี 5 ซม. มีเส้นรอบวง [ ] ซม. และพื้นที่ [ ] ตร.ซม.
3. เซกเตอร์เป็น (ส่วนโค้ง ÷ เส้นรอบวงเต็มวง) = [ ] ของวงกลม พื้นที่เซกเตอร์ = [ ] ตร.ซม. = $\pi \times 3 \times 5$ นั่นคือ πrl



โจทย์ข้อ 2 พื้นที่ผิวทั้งหมดของกรวยรัศมี 6 ซม. สูง 8 ซม.

1. หาสูงเอียงก่อน: $l^2 = 8^2 + 6^2 = 100 \cdot l =$ [ ] ซม.
2. ผิวข้าง = $\pi rl = \pi \times 6 \times l =$ [ ] · ฐาน = $\pi r^2 =$ [ ]
3. พื้นที่ผิวทั้งหมด = ผิวข้าง + ฐาน = [ ] ตร.ซม.



ก้าวขึ้นอีกขั้น

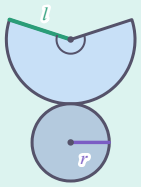
ตรวจสูตรด้วยกรณีสุดขั้ว

ถ้ากรวยเตี้ยลงจนแบนราบ ($h = 0$) สูงเอียง l จะเท่ากับ r ผิวข้าง $\pi rl = \pi \times r \times r =$ [ ] เท่ากับพื้นที่วงกลมฐานพอดี สูตรนี้ผ่านการตรวจ



พื้นที่ผิวข้างของกรวย = πrl · **พื้นที่ผิวทั้งหมด** = $\pi rl + \pi r^2$

รูปคลี่ผิวข้างเป็นเซกเตอร์รัศมี l ส่วนโค้งยาว $2\pi r$ มุมที่จุดศูนย์กลาง = $360° \times \frac{r}{l}$



แบบฝึกหัดเบื้องต้น

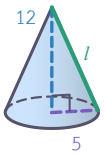
➜ เฉลยท้ายเล่ม หน้า 30

ทุกข้อแสดงวิธีทำ ตอบในรูป π ยกเว้นข้อที่โจทย์ให้ใช้ $\pi \approx 22/7$

(1) กรวยรัศมี 4 ซม. สูงเอียง 9 ซม. จงหาพื้นที่ผิวข้าง

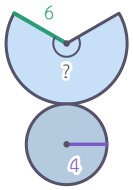
(2) กรวยรัศมี 7 ซม. สูงเอียง 10 ซม. จงหาพื้นที่ผิวข้าง (ใช้ $\pi \approx \frac{22}{7}$)

(3) กรวยรัศมี 5 ซม. สูง 12 ซม. จงหาพื้นที่ผิวทั้งหมด



(4) กรวยมีเส้นผ่านศูนย์กลางของฐาน 16 ซม. สูง 15 ซม. จงหาพื้นที่ผิวทั้งหมด

(5) จากรูปคลี่ของกรวย จงหาขนาดของมุมที่จุดศูนย์กลางของเซกเตอร์



(6) กรวยกระดาษใส่ถั่ว (ไม่มีฝา) รัศมี 4 ซม. ลึก 3 ซม. ใช้กระดาษกี่ตารางเซนติเมตร

(7) กรวยรัศมี 5 ซม. มีพื้นที่ผิวข้าง 60π ตร.ซม. สูงเอียงยาวเท่าใด

(8) ม้วนเซกเตอร์รัศมี 12 ซม. มุม 120° เป็นกรวย กรวยนี้มีรัศมีของฐานเท่าใด

เฉลยโจทย์หน้าซ้าย

โจทย์ข้อ 1 สูงเอียง , 6π , 10π , 25π , $\frac{3}{5}$, 15π โจทย์ข้อ 2 10 , 60π , 36π , 96π

ระวัง! πrl ใช้**สูงเอียง** ไม่ใช่ส่วนสูง · กรวยกระดาษ ไอศกรีมโคน หมวกปาร์ตี้ ไม่มีฐาน ใช้แค่ผิวข้าง πrl



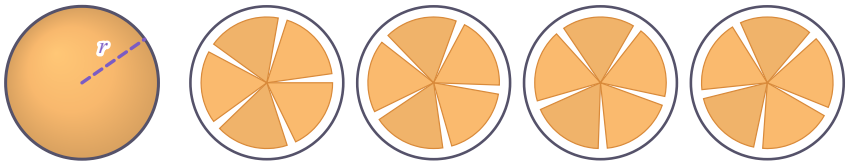
05 พื้นที่ผิวของทรงกลม

ทรงกลมคลี่ออกเป็นแผ่นเรียบไม่ได้ แต่เปลือกส้มช่วยให้เห็นคำตอบได้ ลองนำเปลือกส้มมาเรียงลงในวงกลมดูสิ

โจทย์ข้อ 1 ปอกเปลือกส้มรัศมี r

1. ปอกเปลือกส้มแล้วเรียงลงในวงกลมที่มีรัศมี r เท่ากับส้ม พบว่าเต็มพอดี 4 วง
2. วงกลมรัศมี r หนึ่งวงมีพื้นที่ [ ] · เปลือกเต็ม 4 วง จึงได้ พื้นที่ผิวทรงกลม = [ ]
3. ทรงกลมรัศมี 3 ซม. มีพื้นที่ผิว $4 \times \pi \times 3^2$ = [ ] ตร.ซม.

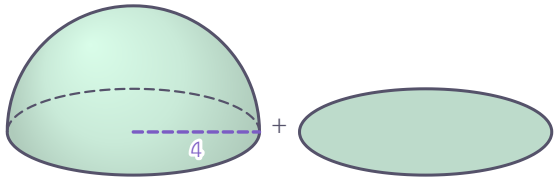
เปลือกส้มเต็มวงกลม 4 วง



โจทย์ข้อ 2 ครึ่งทรงกลมตัน รัศมี 4 ซม.

1. ผิวโค้ง = ครึ่งหนึ่งของผิวทรงกลม = $\frac{1}{2} \times 4\pi r^2$ = [ ]
2. ครึ่งทรงกลมตันมีหน้าตัดเป็นวงกลมพื้นที่ [ ] ด้วย ผิวทั้งหมด = [ ] (อย่าลืมหน้าตัด)
3. รัศมี 4 ซม.: $3 \times \pi \times 4^2$ = [ ] ตร.ซม.

แยกผิวโค้งกับหน้าตัด



ก้าวขึ้นอีกขั้น

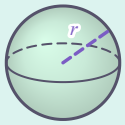
ตรวจหน่วย

$r \times r$ มีหน่วยเป็นตารางเซนติเมตร จึงเป็นพื้นที่ได้ · ถ้ามีคนเขียนว่าพื้นที่ผิว = $4\pi r^3$ ผิดแน่นอน เพราะ $r \times r \times r$ มีหน่วยเป็น [ ] เซนติเมตร ซึ่งเป็นหน่วยของปริมาตร



พื้นที่ผิวทรงกลม = $4\pi r^2$ · ครึ่งทรงกลม: ผิวโค้ง = $2\pi r^2$

ครึ่งทรงกลม**ตัน** (มีหน้าตัดวงกลม) พื้นที่ผิวทั้งหมด = $2\pi r^2 + \pi r^2 = 3\pi r^2$



แบบฝึกหัดเบื้องต้น

➜ เฉลยท้ายเล่ม หน้า 30

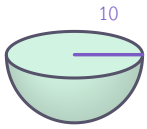
ทุกข้อแสดงวิธีทำ ตอบในรูป π ยกเว้นข้อที่โจทย์ให้ใช้ $\pi \approx 22/7$

(1) ทรงกลมรัศมี 5 ซม. มีพื้นที่ผิวเท่าใด

(2) ลูกบอลมีเส้นผ่านศูนย์กลาง 14 ซม. มีพื้นที่ผิวเท่าใด (ใช้ $\pi \approx \frac{22}{7}$)

(3) ครึ่งทรงกลมตันรัศมี 6 ซม. มีพื้นที่ผิวทั้งหมดเท่าใด

(4) ชามครึ่งทรงกลม (ไม่มีฝา) รัศมี 10 ซม. ผิวด้านในมีพื้นที่เท่าใด



(5) ทรงกลมมีพื้นที่ผิว 144π ตร.ซม. รัศมียาวเท่าใด

(6) ลูกโลกจำลองรัศมี 21 ซม. ต้องใช้กระดาษห่อผิวอย่างน้อยกี่ตารางเซนติเมตร (ใช้ $\pi \approx \frac{22}{7}$)

(7) ถ้ารัศมีของทรงกลมยาวขึ้นเป็น 2 เท่า พื้นที่ผิวจะเป็นกี่เท่าของเดิม

เฉลยโจทย์หน้าซ้าย

โจทย์ข้อ 1 πr^2 , $4\pi r^2$, 36π โจทย์ข้อ 2 $2\pi r^2$, πr^2 , $3\pi r^2$, 48π

ระวัง! ครึ่งทรงกลม**ตัน** = $3\pi r^2$ แต่ชามหรือโดม (ไม่มีหน้าตัด) = $2\pi r^2$ · อย่าลืมยกกำลังสอง: $r = 3$ ได้ $r^2 = 9$ ไม่ใช่ 6



แบบทดสอบทบทวน

บทที่ 2 พื้นที่ผิว

ชื่อ _____ ชั้น _____ เลขที่ _____

คะแนน

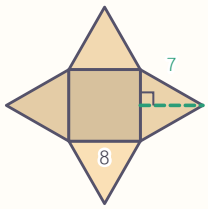
_____

/ 100



1
10 คะแนน

จากรูปคลี่ของพีระมิดฐานจัตุรัส จงหาพื้นที่ผิวทั้งหมด



2
10 คะแนน

พีระมิดฐานจัตุรัสกว้าง 12 ซม. สูง 8 ซม. จงหาพื้นที่ผิวทั้งหมด

3
10 คะแนน

พีระมิดฐานหกเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า ยาวด้านละ 6 ซม. สูงเอียง 10 ซม. จงหาพื้นที่ผิวข้าง

4
10 คะแนน

กรวยรัศมี 6 ซม. สูงเอียง 11 ซม. จงหาพื้นที่ผิวข้าง

5
10 คะแนน

กรวยรัศมี 8 ซม. สูง 6 ซม. จงหาพื้นที่ผิวทั้งหมด

6 10 คะแนน

ม้วนเซกเตอร์รัศมี 10 ซม. มุม 216° เป็นกรวย จงหารัศมีของฐานและส่วนสูงของกรวย

7 10 คะแนน

ลูกบอลรัศมี 7 ซม. มีพื้นที่ผิวเท่าใด (ใช้ $\pi \approx \frac{22}{7}$)

8 10 คะแนน

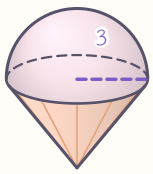
ครึ่งทรงกลมตันรัศมี 10 ซม. มีพื้นที่ผิวทั้งหมดเท่าใด

9 10 คะแนน

จัดกลุ่มนิพจน์ต่อไปนี้ว่าเป็นความยาว พื้นที่ หรือปริมาตร: $2\pi r$, πrl, $4\pi r^2$, $\frac{1}{3}\pi r^2 h$, $\frac{4}{3}\pi r^3$, πr^2

10 10 คะแนน

ลูกข่างเป็นกรวยรัศมี 3 ซม. สูงเอียง 5 ซม. ต่อกับครึ่งทรงกลมรัศมี 3 ซม. จงหาพื้นที่ผิวทั้งหมด



ก้าวขั้นอีกขั้น

ผิวข้างกรวยกับผิวข้างพีระมิดคือสูตรเดียวกัน

ผิวข้างพีระมิด = $\frac{1}{2}$ × ความยาวรอบฐาน × สูงเอียง · กรวยมีความยาวรอบฐาน $2\pi r$ จึงได้

$\frac{1}{2} \times 2\pi r \times l = \pi rl$ · จำสูตรเดียว ใช้ได้ทั้งสองรูปทรง



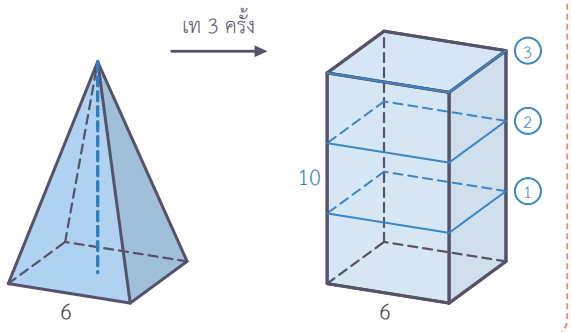
06 ปริมาตรของพีระมิด

ใน ม.2 เราหาปริมาตรปริซึมได้จาก พื้นที่ฐาน × สูง ถ้ามีพีระมิดที่ฐานเท่ากันและสูงเท่ากับปริซึม พีระมิดจะจุน้ำได้เท่าไรเมื่อเทียบกับปริซึม

โจทย์ข้อ 1 เทน้ำจากพีระมิดลงในปริซึม

1. ปริซึมฐานจัตุรัสกว้าง 6 ซม. สูง 10 ซม. มีปริมาตร = พื้นที่ฐาน × สูง = 36 × 10 = ☐ ลบ.ซม.
2. เทน้ำจากพีระมิดที่มีฐานเท่ากันและสูงเท่ากัน 3 ครั้ง น้ำเต็มปริซึมพอดี พีระมิดจึงจุ ปริมาตรปริซึม ÷ 3 = ☐ ลบ.ซม.
3. ปริมาตรพีระมิดเป็น ☐ ของปริมาตรปริซึมที่ฐานเท่ากันและสูงเท่ากัน

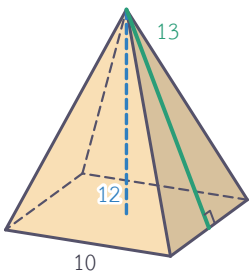
เท 3 ครั้งเต็มพอดี (ระดับน้ำ 1, 2, 3)



โจทย์ข้อ 2 พีระมิดฐานจัตุรัสกว้าง 10 ซม. สูง 12 ซม. สูงเอียง 13 ซม.

1. พื้นที่ฐาน = 10 × 10 = ☐ ตร.ซม.
2. ปริมาตรใช้**ส่วนสูง** = ☐ ซม. ไม่ใช่สูงเอียง
3. ปริมาตร = $\frac{1}{3}$ × พื้นที่ฐาน × ส่วนสูง = ☐ ลบ.ซม.

มีทั้งส่วนสูงและสูงเอียง

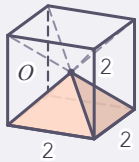


ก้าวขึ้นอีกขั้น

พีระมิด 6 อันในลูกบาศก์

ลูกบาศก์ยาวด้านละ 2 หน่วย ปริมาตร ☐

ลูกบาศก์หน่วย แบ่งเป็นพีระมิดเท่ากัน 6 อัน ยอดพบกันที่จุดศูนย์กลาง O แต่ละอันจุ ☐ · พีระมิดแต่ละอันมีพื้นที่ฐาน ☐ สูง ☐ ลองคิด $\frac{1}{3}$ × พื้นที่ฐาน × สูง จะได้ค่าเดียวกันพอดี







ปริมาตรพีระมิด $= \frac{1}{3} \times$ พื้นที่ฐาน $\times$ **ส่วนสูง**

พีระมิดจุเป็น 1 ใน 3 ของปริซึมที่มีฐานเท่ากันและสูงเท่ากัน



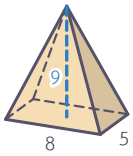
แบบฝึกหัดเบื้องต้น

➜ เฉลยท้ายเล่ม หน้า 30

ทุกข้อแสดงวิธีทำ ตอบเป็นลูกบาศก์เซนติเมตร (ลบ.ซม.) หรือตามหน่วยในโจทย์

(1) พีระมิดฐานจัตุรัสกว้าง 6 ซม. สูง 5 ซม. มีปริมาตรเท่าใด

(2) พีระมิดฐานสี่เหลี่ยมผืนผ้ากว้าง 5 ซม. ยาว 8 ซม. สูง 9 ซม. มีปริมาตรเท่าใด



(3) พีระมิดฐานสามเหลี่ยม พื้นที่ฐาน 24 ตร.ซม. สูง 10 ซม. มีปริมาตรเท่าใด

(4) พีระมิดฐานจัตุรัสกว้าง 16 ซม. สูงเอียง 17 ซม. มีปริมาตรเท่าใด

(5) พีระมิดฐานจัตุรัสกว้าง 10 ซม. มีปริมาตร 200 ลบ.ซม. สูงเท่าใด

(6) ที่ทับกระดาษแก้วทรงพีระมิดฐานจัตุรัสกว้าง 6 ซม. สูง 8 ซม. แก้ว 1 ลบ.ซม. หนัก 2.5 กรัม ที่ทับกระดาษหนักกี่กรัม

(7) ปริซึมกับพีระมิดมีฐานเท่ากันและปริมาตรเท่ากัน พีระมิดสูงเป็นกี่เท่าของปริซึม

เฉลยโจทย์หน้าซ้าย

โจทย์ข้อ 1 360 , 120 , $\frac{1}{3}$ โจทย์ข้อ 2 100 , 12 , 400

กับดัก! ปริมาตรใช้**ส่วนสูง** h ไม่ใช่สูงเอียง l · ถ้าโจทย์ให้แต่สูงเอียง ต้องหาส่วนสูงก่อน (บทเรียน 02)



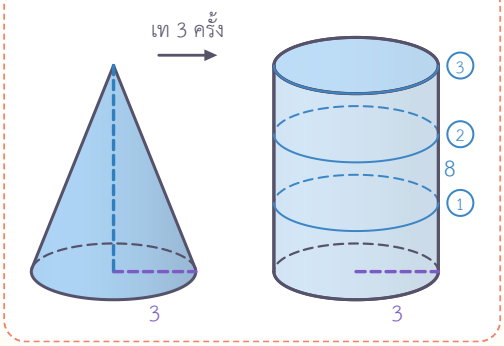
07 ปริมาตรของกรวย

กรวยกับทรงกระบอกเป็นคู่กันแบบเดียวกับพีระมิดกับปริซึม ลองเทน้ำจากกรวยลงในทรงกระบอกที่มีฐานเท่ากันและสูงเท่ากัน

โจทย์ข้อ 1 เทน้ำจากกรวยลงในทรงกระบอก

1. ทรงกระบอกรัศมี 3 ซม. สูง 8 ซม. มีปริมาตร $\pi r^2 h = \pi \times 9 \times 8 =$ ☐ ลบ.ซม.
2. เทน้ำจากกรวยที่ฐานเท่ากันและสูงเท่ากัน 3 ครั้ง เต็มพอดี กรวยจึงจุ ☐ ลบ.ซม.
3. ปริมาตรกรวย $= \frac{1}{3} \times$ พื้นที่ฐาน $\times$ ส่วนสูง $=$ ☐

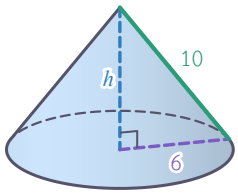
เท 3 ครั้งเต็มพอดี



โจทย์ข้อ 2 กรวยรัศมี 6 ซม. สูงเอียง 10 ซม.

1. ต้องหาส่วนสูงก่อน: $h^2 = l^2 - r^2 = 100 - 36 =$ ☐ $\cdot\ h =$ ☐ ซม.
2. ปริมาตร $= \frac{1}{3} \times \pi \times 6^2 \times 8 =$ ☐ ลบ.ซม.

รู้สูงเอียง



ก้าวขึ้นอีกขั้น

ใช้ $\pi \approx 22/7$

กรวยรัศมี 7 ซม. สูง 12 ซม. $\cdot\ \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 49 \times 12 =$ ☐ ลบ.ซม. $\cdot$ ตัด 7 กับ 49 และ 3 กับ 12 ก่อนคูณ จะคิดง่ายขึ้นมาก



ปริมาตรกรวย $= \frac{1}{3} \times$ พื้นที่ฐาน $\times$ **ส่วนสูง** $= \frac{1}{3}\pi r^2 h$

กรวยจุเป็น 1 ใน 3 ของทรงกระบอกที่มีฐานเท่ากันและสูงเท่ากัน



แบบฝึกหัดเบื้องต้น

➜ เฉลยท้ายเล่ม หน้า 30

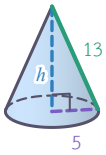
ทุกข้อแสดงวิธีทำ ตอบในรูป π ยกเว้นข้อที่โจทย์ให้ใช้ $\pi \approx 22/7$

(1) กรวยรัศมี 3 ซม. สูง 5 ซม. มีปริมาตรเท่าใด

(2) กรวยรัศมี 7 ซม. สูง 9 ซม. มีปริมาตรเท่าใด (ใช้ $\pi \approx \frac{22}{7}$)

(3) กรวยมีเส้นผ่านศูนย์กลางของฐาน 12 ซม. สูง 10 ซม. มีปริมาตรเท่าใด

(4) กรวยรัศมี 5 ซม. สูงเอียง 13 ซม. มีปริมาตรเท่าใด



(5) กรวยสูง 15 ซม. สูงเอียง 17 ซม. มีปริมาตรเท่าใด

(6) กรวยรัศมี 5 ซม. มีปริมาตร 50π ลบ.ซม. สูงเท่าใด

(7) ถ้วยกระดาษทรงกรวยรัศมี 3 ซม. ลึก 8 ซม. จุน้ำได้เท่าใด

(8) ทรายกองเป็นรูปกรวย เส้นผ่านศูนย์กลาง 14 ม. สูง 3 ม. มีทรายกี่ลูกบาศก์เมตร (ใช้ $\pi \approx \frac{22}{7}$)

เฉลยโจทย์หน้าซ้าย

โจทย์ข้อ 1 72π , 24π , $\frac{1}{3}\pi r^2 h$ โจทย์ข้อ 2 64 , 8 , 96π

ระวัง! โจทย์ให้**เส้นผ่านศูนย์กลาง** ต้องหาร 2 ก่อนยกกำลังสอง · $\frac{1}{3}\pi r^2 h$ ใช้ส่วนสูง h ไม่ใช่สูงเอียง l

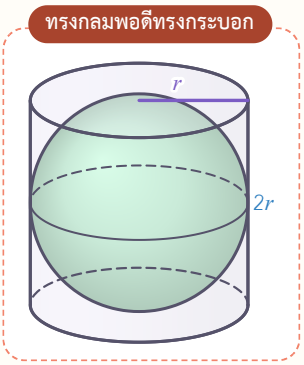


08 ปริมาตรของทรงกลม

นำทรงกลมใส่ในทรงกระบอกที่ครอบได้พอดี (สูงเท่ากับเส้นผ่านศูนย์กลาง) แล้วเทียบปริมาตรกัน

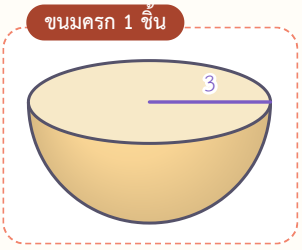
โจทย์ข้อ 1 ทรงกลมในทรงกระบอก

1. ทรงกระบอกที่ครอบทรงกลมรัศมี r ได้พอดี มีรัศมี r และสูง $\square$
2. ปริมาตรทรงกระบอก $= \pi r^2 \times$ ความสูง $= \square$
3. ทดลองพบว่าทรงกลมจุ $\frac{2}{3}$ ของทรงกระบอกนี้ ปริมาตรทรงกลม $=$ $\square$ $\cdot$ รัศมี 3 ซม.: $\frac{4}{3} \times \pi \times 27 = \square$ ลบ.ซม.



โจทย์ข้อ 2 ขนมครกเป็นครึ่งทรงกลมรัศมี 3 ซม.

1. ครึ่งทรงกลม $= \frac{1}{2} \times \frac{4}{3}\pi r^3 = \square$
2. ขนมครก 1 ชิ้น $= \frac{2}{3} \times \pi \times 27 = \square$ ลบ.ซม.
3. ถาดขนมครก 20 หลุม ใช้แป้ง 20 $\times$ (ขนมครก 1 ชิ้น) $= \square$ ลบ.ซม.



ก้าวขึ้นอีกขั้น

กรวย : ทรงกลม : ทรงกระบอก

รัศมี r เท่ากัน กรวยและทรงกระบอกสูง $2r$: กรวย

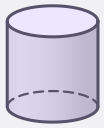
$= \frac{1}{3}\pi r^2(2r) = \square$ $\cdot$ ทรงกลม

$= \frac{4}{3}\pi r^3 \cdot$ ทรงกระบอก $= 2\pi r^3 \cdot$ อัตราส่วน

$= 1 : 2 : \square$

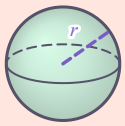

กรวย


ทรงกลม


ทรงกระบอก



ปริมาตรทรงกลม $= \frac{4}{3}\pi r^3$ · **ครึ่งทรงกลม** $= \frac{2}{3}\pi r^3$



แบบฝึกหัดเบื้องต้น

➜ เฉลยท้ายเล่ม หน้า 30

ทุกข้อแสดงวิธีทำ ตอบในรูป π ยกเว้นข้อที่โจทย์ให้ใช้ $\pi \approx 22/7$

(1) ทรงกลมรัศมี 6 ซม. มีปริมาตรเท่าใด

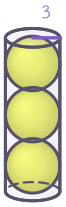
(2) ลูกโลกจำลองรัศมี 21 ซม. มีปริมาตรเท่าใด (ใช้ $\pi \approx \frac{22}{7}$)

(3) ลูกบอลมีเส้นผ่านศูนย์กลาง 18 ซม. มีปริมาตรเท่าใด

(4) ชามครึ่งทรงกลมรัศมี 9 ซม. จุน้ำได้เท่าใด

(5) ลูกแก้วมีเส้นผ่านศูนย์กลาง 3 ซม. มีปริมาตรเท่าใด

(6) กระป๋องทรงกระบอกรัศมี 3 ซม. สูง 18 ซม. ใส่ลูกบอลรัศมี 3 ซม. ได้พอดี 3 ลูก มีที่ว่างเหลือเท่าใด



(7) ถ้ารัศมีของทรงกลมยาวขึ้นเป็น 2 เท่า ปริมาตรจะเป็นกี่เท่าของเดิม

เฉลยโจทย์หน้าซ้าย

โจทย์ข้อ 1 $2r$, $2\pi r^3$, $\frac{4}{3}\pi r^3$, 36π โจทย์ข้อ 2 $\frac{2}{3}\pi r^3$, 18π , 360π

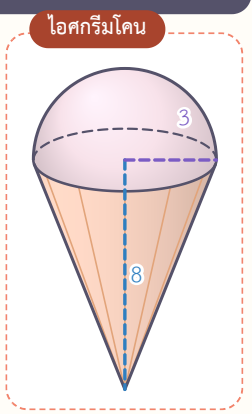
ระวัง! $r^3 = r \times r \times r$: รัศมี 3 ได้ 27 ไม่ใช่ 9 · ครึ่งทรงกลมใช้ $\frac{2}{3}\pi r^3$



09 ปริมาตรของทรงประกอบ

ไอศกรีมโคน เจดีย์จำลอง หรือแคปซูล ล้วนเป็นรูปทรงหลายแบบต่อกัน แยกเป็นชิ้นที่รู้สูตรก่อน แล้วค่อยรวมกัน

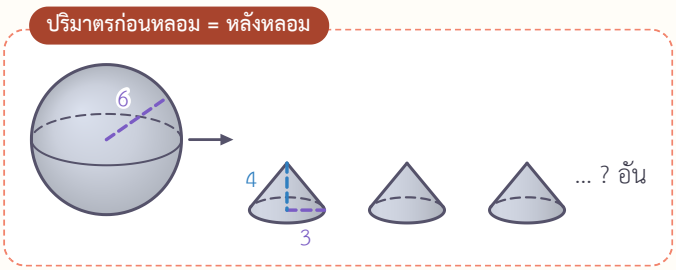
โจทย์ข้อ 1 ไอศกรีมโคน: กรวยรัศมี 3 ซม. สูง 8 ซม. กับครึ่งทรงกลมรัศมี 3 ซม.



1. ส่วนกรวย = $\frac{1}{3} \times \pi \times 3^2 \times 8 =$ ☐ ลบ.ซม.
2. ส่วนครึ่งทรงกลม = $\frac{2}{3} \times \pi \times 27 =$ ☐ ลบ.ซม.
3. ไอศกรีมทั้งหมด = ส่วนกรวย + ส่วนครึ่งทรงกลม = ☐ ลบ.ซม.

โจทย์ข้อ 2 หลอมทรงกลมตะกั่วรัศมี 6 ซม. เป็นกรวยรัศมี 3 ซม. สูง 4 ซม.

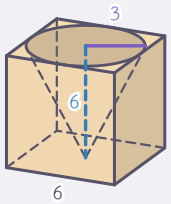
1. ทรงกลม = $\frac{4}{3} \times \pi \times 216 =$ ☐ ลบ.ซม.
2. กรวย 1 อัน = $\frac{1}{3} \times \pi \times 9 \times 4 =$ ☐ ลบ.ซม.
3. หลอมแล้วปริมาตรรวมเท่าเดิม: จำนวนกรวย = ปริมาตรทรงกลม ÷ ปริมาตรกรวย 1 อัน = ☐ อัน



ก้าวขึ้นอีกขั้น

เจาะออกต้องลบ

ลูกบาศก์ไม้ยาวด้านละ 6 ซม. เจาะเป็นรูปกรวยรัศมี 3 ซม. ลึก 6 ซม. · เนื้อไม้ที่ถูกเจาะออก = $\frac{1}{3} \times \pi \times 9 \times 6 =$ ☐ · เนื้อไม้ที่เหลือ = ☐ ลบ.ซม.





แยกทรงประกอบเป็นชิ้นที่รู้สูตร แล้ว**บวก**เมื่อต่อกัน หรือ**ลบ**เมื่อเจาะออก
หลอม เท หรือปั้นใหม่: **ปริมาตรก่อน = ปริมาตรหลัง** · จำนวนชิ้น = ปริมาตรทั้งหมด ÷ ปริมาตรชิ้นเล็ก

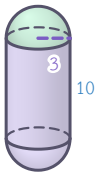


แบบฝึกหัดเบื้องต้น

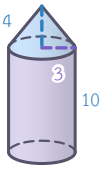
➜ เฉลยท้ายเล่ม หน้า 30

ทุกข้อแสดงวิธีทำ ตอบในรูป π

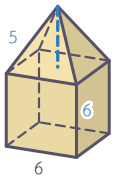
(1) แคปซูลยาเป็นทรงกระบอกรัศมี 3 มม. ยาว 10 มม. ปิดหัวท้ายด้วยครึ่งทรงกลม จงหาปริมาตร



(2) ยุ้งฉางเป็นทรงกระบอกรัศมี 3 ม. สูง 10 ม. หลังคาเป็นกรวยสูง 4 ม. จงหาปริมาตร

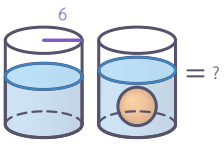


(3) เจดีย์จำลองเป็นลูกบาศก์ยาวด้านละ 6 ซม. ส่วนบนเป็นพีระมิดฐานเดียวกัน สูง 5 ซม. จงหาปริมาตร



(4) หลอมแท่งโลหะทรงกระบอกรัศมี 6 ซม. สูง 8 ซม. เป็นลูกกลมรัศมี 3 ซม. ได้กี่ลูก

(5) ทิ้งลูกเหล็กรัศมี 3 ซม. ลงโถทรงกระบอกรัศมี 6 ซม. ที่มีน้ำ น้ำสูงขึ้นกี่ ซม.



(6) ไอศกรีมโคน กรวยรัศมี 3 ซม. ลึก 10 ซม. มีไอศกรีมเต็มกรวยและพูนเป็นครึ่งทรงกลมรัศมี 3 ซม. จงหาปริมาตรไอศกรีม

(7) ท่อนไม้ทรงกระบอกรัศมี 4 ซม. สูง 9 ซม. ถูกเจาะเป็นรูปกรวยฐานเดียวกัน สูงเท่ากัน เหลือเนื้อไม้เท่าใด

เฉลยโจทย์หน้าซ้าย
โจทย์ข้อ 1 24π , 18π , 42π โจทย์ข้อ 2 288π , 12π , 24

ระวัง! หาปริมาตรรวมได้โดยบวกทีละชิ้น แต่**พื้นที่ผิว**ของทรงประกอบไม่นับรอยต่อ เพราะรอยต่ออยู่ข้างใน

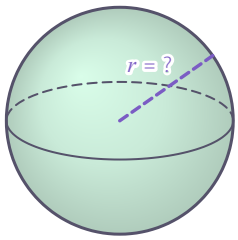


10 ย้อนสูตรและโจทย์ประยุกต์

บางครั้งโจทย์บอกปริมาตรหรือพื้นที่ผิวมาแล้วถามรัศมีกลับ ก็แก้สมการจากสูตรเดิมได้ และบางครั้งต้องเลือกว่าจะใช้พื้นที่ผิวหรือปริมาตร

โจทย์ข้อ 1 ลูกแก้วทรงกลมมีปริมาตร 288π ลบ.ซม. รัศมียาวเท่าใด

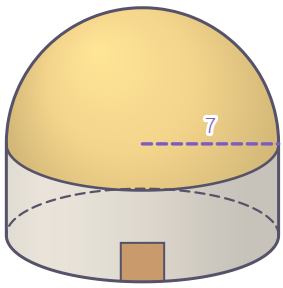
รู้ปริมาตร หารัศมี



1. $\frac{4}{3}\pi r^3 = 288\pi \cdot r^3 = 288 \times$ ☐ = ☐
2. หาจำนวนที่คูณกันสามตัวแล้วได้ผลในข้อ 1: รัศมี r = ☐ ซม.
3. ควรจำ: $2^3 = 8$, $3^3 = 27$, $4^3 = 64$, 5^3 = ☐

โจทย์ข้อ 2 ทาสีด้านนอกของโดมครึ่งทรงกลมรัศมี 7 ม. ค่าสีตารางเมตรละ 60 บาท (ใช้ $\pi \approx \frac{22}{7}$)

หอประชุมหลังคาโดม



1. ทาสีเกี่ยวกับ ☐ ไม่ใช่ปริมาตร และทาเฉพาะผิวโค้ง = $2\pi r^2$
2. ผิวโค้ง = $2 \times \frac{22}{7} \times 49$ = ☐ ตร.ม.
3. ค่าสี = (ผลในข้อ 2) × 60 = ☐ บาท

ก้าวขึ้นอีกขั้น

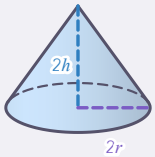
ขยายด้าน 2 เท่า

ขยายรัศมีและความสูงของกรวยเป็น 2 เท่า: ปริมาตร $\frac{1}{3}$

$\pi(2r)^2(2h)$ = ☐ เท่าของเดิม · พื้นที่ผิวเพิ่มเป็น

☐ เท่า · ขยายทุกด้าน k เท่า พื้นที่เพิ่ม k^2 เท่า ปริมาตรเพิ่ม k^3 เท่า







รู้ปริมาตรหรือพื้นที่ผิว หารัศมี: แทนค่าในสูตร แก้หา r^3 หรือ r^2 แล้วหารากที่สามหรือรากที่สอง
ทาสี ห่อ บุ มุง → **พื้นที่ผิว** · จุ เท บรรจุ หลอม → **ปริมาตร**



แบบฝึกหัดเบื้องต้น

เฉลยท้ายเล่ม หน้า 30

ทุกข้อแสดงวิธีทำ

(1) ทรงกลมมีปริมาตร 36π ลบ.ซม. รัศมียาวเท่าใด

(2) กรวยสูง 4 ซม. มีปริมาตร 12π ลบ.ซม. รัศมียาวเท่าใด

(3) พีระมิดฐานจัตุรัสกว้าง 6 ซม. มีปริมาตร 96 ลบ.ซม. สูงเท่าใด

(4) ชามครึ่งทรงกลมจุน้ำ 144π ลบ.ซม. รัศมียาวเท่าใด

(5) ทรงกลมมีพื้นที่ผิว 100π ตร.ซม. มีปริมาตรเท่าใด

(6) ทาสีหลังคาโดมครึ่งทรงกลมรัศมี 14 ม. ค่าสีตารางเมตรละ 25 บาท เป็นเงินเท่าใด (ใช้ $\pi \approx \frac{22}{7}$)

(7) ลูกโป่งทรงกลมพองจนรัศมียาวขึ้นเป็น 2 เท่า ต้องใช้ลมเป็นกี่เท่าของเดิม

(8) ภาชนะ ก เป็นกรวยรัศมี 6 ซม. สูง 10 ซม. ภาชนะ ข เป็นชามครึ่งทรงกลมรัศมี 5 ซม. ภาชนะใดจุได้มากกว่า

เฉลยโจทย์หน้าซ้าย

โจทย์ข้อ 1 $\frac{3}{4}$, 216 , 6 , 125 โจทย์ข้อ 2 พื้นที่ผิว , 308 , 18,480

ลองประมาณ

ห้องเรียนกว้าง 8 ม. ยาว 10 ม. สูง 3 ม. ใส่ลูกปิงปอง (เส้นผ่านศูนย์กลางประมาณ 4 ซม.) ได้ประมาณกี่ลูก · คิดว่าแต่ละลูกกินที่เท่ากล่อง 4 × 4 × 4 = 64 ลบ.ซม. ห้องจุ 240,000,000 ลบ.ซม. จึงได้ประมาณ 3,750,000 ลูก หรือราว 4 ล้านลูก



แบบทดสอบทบทวน

บทที่ 3 ปริมาตร

ชื่อ _____ ชั้น _____ เลขที่ _____

คะแนน

_____

/ 100

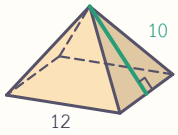


1 10 คะแนน

พีระมิดฐานจัตุรัสกว้าง 9 ซม. สูง 10 ซม. มีปริมาตรเท่าใด

2 10 คะแนน

พีระมิดฐานจัตุรัสกว้าง 12 ซม. สูงเอียง 10 ซม. มีปริมาตรเท่าใด



3 10 คะแนน

กรวยรัศมี 7 ซม. สูง 6 ซม. มีปริมาตรเท่าใด (ใช้ $\pi \approx \frac{22}{7}$)

4 10 คะแนน

กรวยรัศมี 8 ซม. สูงเอียง 17 ซม. มีปริมาตรเท่าใด

5 10 คะแนน

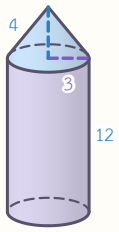
ทรงกลมรัศมี 12 ซม. มีปริมาตรเท่าใด

6 10 คะแนน

ชามครึ่งทรงกลมรัศมี 6 ซม. จุน้ำได้เท่าใด

7 10 คะแนน

ดินสอเป็นทรงกระบอกรัศมี 3 มม. ยาว 12 มม. กับกรวยสูง 4 มม. จงหาปริมาตร



8 10 คะแนน

หลอมลูกเหล็กทรงกลมรัศมี 4 ซม. เป็นลูกเล็กรัศมี 2 ซม. ได้กี่ลูก

9 10 คะแนน

กรวยสูง 6 ซม. จุน้ำ 128π ลบ.ซม. รัศมีของฐานยาวเท่าใด

10 10 คะแนน

ออกแบบกล่องใส่ลูกบอลรัศมี 3 ซม. 1 ลูก แบบ ก เป็นลูกบาศก์ยาวด้านละ 6 ซม. แบบ ข เป็นทรงกระบอกรัศมี 3 ซม. สูง 6 ซม. แบบใดเหลือที่ว่างน้อยกว่า (ใช้ $\pi < 3.2$)

ก้าวขั้นอีกขั้น

สูตรทั้งเล่มในตารางเดียว

รูปทรง	พื้นที่ผิวข้าง/ผิวโค้ง	ปริมาตร
พีระมิด	$\frac{1}{2}$ × รอบฐาน × l	$\frac{1}{3}$ × พื้นที่ฐาน × h
กรวย	πrl	$\frac{1}{3}\pi r^2 h$
ทรงกลม	$4\pi r^2$	$\frac{4}{3}\pi r^3$



เฉลยแบบฝึกหัดเบื้องต้น

01 ส่วนสูงและสูงเอียง

(1) 4 , 6 , 4 (2) 6 , 7 , 12 (3) ง , ข , ก, ค, จ

(4) ส่วนสูงจากยอดตั้งฉากลงจุดกึ่งกลางฐาน (เส้นประ) · สูงเอียงจากยอดถึงจุดกึ่งกลางขอบฐานบนหน้าข้าง

(5) รัศมีจากจุดศูนย์กลางถึงขอบฐาน · ส่วนสูงจากยอดตั้งฉากลงจุดศูนย์กลาง · สูงเอียงจากยอดถึงขอบฐาน

(6) ส่วนสูง , สูงเอียง , ไม่ใช่ทั้งสอง (7) ไม่ได้ , ด้านตรงข้ามมุมฉาก (8) 7 , ครึ่งทรงกลม

02 หาสูงเอียงด้วยทฤษฎีบทพีทาโกรัส

(1) 13 ซม. (2) 15 ซม. (3) 17 ซม. (4) 24 ซม. (5) 10 ซม. (6) 5 ซม. (7) $2\sqrt{5}$ ซม. (8) 5 ม.

03 พื้นที่ผิวของพีระมิด

(1) ผิวข้าง 80 ทั้งหมด 144 ตร.ซม. (2) 800 ตร.ซม. (3) 340 ตร.ซม. (4) 180 ตร.ซม. (5) 12 ซม.

(6) 15,000 บาท

04 พื้นที่ผิวของกรวย

(1) 36π ตร.ซม. (2) 220 ตร.ซม. (3) 90π ตร.ซม. (4) 200π ตร.ซม. (5) 240° (6) 20π ตร.ซม. (7) 12 ซม.

(8) 4 ซม.

05 พื้นที่ผิวของทรงกลม

(1) 100π ตร.ซม. (2) 616 ตร.ซม. (3) 108π ตร.ซม. (4) 200π ตร.ซม. (5) 6 ซม. (6) 5,544 ตร.ซม.

(7) 4 เท่า

เฉลยแบบฝึกหัดเบื้องต้น

06 ปริมาตรของพีระมิด

(1) 60 ลบ.ซม. (2) 120 ลบ.ซม. (3) 80 ลบ.ซม. (4) 1,280 ลบ.ซม. (5) 6 ซม. (6) 240 กรัม (7) 3 เท่า

07 ปริมาตรของกรวย

(1) 15π ลบ.ซม. (2) 462 ลบ.ซม. (3) 120π ลบ.ซม. (4) 100π ลบ.ซม. (5) 320π ลบ.ซม. (6) 6 ซม.

(7) 24π ลบ.ซม. (8) 154 ลบ.ม.

08 ปริมาตรของทรงกลม

(1) 288π ลบ.ซม. (2) 38,808 ลบ.ซม. (3) 972π ลบ.ซม. (4) 486π ลบ.ซม. (5) $\frac{9}{2}\pi$ ลบ.ซม. (6) 54π ลบ.ซม.

(7) 8 เท่า

09 ปริมาตรของทรงประกอบ

(1) 126π ลบ.มม. (2) 102π ลบ.ม. (3) 276 ลบ.ซม. (4) 8 ลูก (5) 1 ซม. (6) 48π ลบ.ซม. (7) 96π ลบ.ซม.

10 ย้อนสูตรและโจทย์ประยุกต์

(1) 3 ซม. (2) 3 ซม. (3) 8 ซม. (4) 6 ซม. (5) $\frac{500}{3}\pi$ ลบ.ซม. (6) 30,800 บาท (7) 8 เท่า (8) ภาชนะ ก

บันทึกความก้าวหน้าของฉัน

ทำเสร็จแล้วกา ✓ ในช่อง บทเรียนไหนยังไม่มั่นใจ กาช่องสุดท้ายไว้กลับมาทบทวน

บทเรียน	เรียนหน้าซ้าย	ทำแบบฝึก	ทำถูก	อยากทบทวน
บทที่ 1 รู้จักพีระมิด กรวย และทรงกลม				
01 ส่วนสูงและสูงเอียง	☐	☐	____ / 8	☐
02 หาสูงเอียงด้วยทฤษฎีบทพีทาโกรัส	☐	☐	____ / 8	☐
แบบทดสอบทบทวน บทที่ 1			____ / 100	☐
บทที่ 2 พื้นที่ผิว				
03 พื้นที่ผิวของพีระมิด	☐	☐	____ / 6	☐
04 พื้นที่ผิวของกรวย	☐	☐	____ / 8	☐
05 พื้นที่ผิวของทรงกลม	☐	☐	____ / 7	☐
แบบทดสอบทบทวน บทที่ 2			____ / 100	☐
บทที่ 3 ปริมาตร				
06 ปริมาตรของพีระมิด	☐	☐	____ / 7	☐
07 ปริมาตรของกรวย	☐	☐	____ / 8	☐
08 ปริมาตรของทรงกลม	☐	☐	____ / 7	☐
09 ปริมาตรของทรงประกอบ	☐	☐	____ / 7	☐
10 ย้อนสูตรและโจทย์ประยุกต์	☐	☐	____ / 8	☐
แบบทดสอบทบทวน บทที่ 3			____ / 100	☐



ครบทุกช่องแล้ว เก่งมาก! ความรู้เรื่องพื้นที่ผิวและปริมาตรใช้ได้จริงทั้งการออกแบบบรรจุภัณฑ์ งานก่อสร้าง และงานศิลปะ

บันทึก

One by One
Step by Step
เรียนทีละบท ฝึกทีละขั้น

หนังสือชุด One by One ม.3

1. อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว
2. การแยกตัวประกอบของพหุนามที่มีดีกรีสูงกว่าสอง
3. สมการกำลังสองตัวแปรเดียว
4. ความคล้าย
5. กราฟของฟังก์ชันกำลังสอง
6. สถิติ (3) แผนภาพกล่อง
7. ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร
8. วงกลม
9. **พีระมิด กรวย และทรงกลม**
10. ความน่าจะเป็น
11. อัตราส่วนตรีโกณมิติ



Math Step Studio
mathstepstudio.com